目　　錄

編者的話……1

推薦序/鍾靜教授……3

國小數學領域素養導向課程與教學設計要點/新北市國小數學輔導團……5

翻『轉』、實『做』、共『得』：與國小數學老師的相好互學/張英傑教授……9

數學素養導向教學活動設計示例

【低年級】

一年級-數與量-認識加法算式/林心怡……17

一年級-資料與不確定性-分類與整理、畫記/詹婉華……23

二年級-數與量-二位數加法/胡錦芳、江珮瑤……31

二年級-數與量-乘法兩步驟/鄭惠娟……39

二年級-數與量-公尺的實測與估測/馬恬舒……47

二年級-空間與形狀-周界的認識/吳偉全……59

【中年級】

四年級-資料與不確定性-認識長條圖/馬恬舒……67

【高年級】

五年級-數與量-測量情境中分數為整數相除結果的意涵/林心怡……79

五年級-數與量-擴約分的意義/溫世展……87

六年級-空間與形狀-認識圓周率/林心怡……97

編者的話

因應十二年國教課綱將於一百零八年正式啟動，新北市國教輔導團國小數學領域輔導小組希望幫助現場教師清楚認識數學領綱的重要內涵，並提供數學素養導向教學設計思維及參考案例，以提升教師素養導向教學知能，提高學生學習成效。

首先，輔導小組透過辦理種子教師工作坊，研討十二年國教數學領綱的核心素養內涵，以教師為學習者的觀點來思考，如何將核心素養轉化為實際進行數學教學設計的參考要點，透過具體、易懂、好用的原則，讓教師認識數學領綱時能有效掌握數學核心素養的精神，應用在實際課堂上。

本書綜合十二年國教數學領綱核心素養及九年一貫能力指標連結主題內容，呼應國家教育研究院提出素養導向教學的四大原則，以達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，集結多位輔導團員教學的豐富經驗，提出國小數學領域素養導向課程與教學設計要點「轉、做、得」以及相關教學案例參考，希望透過本書的出版能讓老師們有信心面對未來的素養導向教學設計，激發出現場教學新風貌!

最後，特別感謝本書出版的指導教授鍾靜教授、張英傑教授的傾心指導，從工作坊開始的思考激盪、凝聚共識，直到每份教案產出過程的細部討論及修正完稿，兩位教授都持續的陪伴與協助，同時也向所有堅守數學教學輔導工作的教育夥伴們一併致上最高的敬意。

推 薦 序

十二年國教課程綱要強調核心素養，剖析數學領域國小階段三面九向的具體內容，不外與「數學的思維、生活的應用」有關；素養的培育須包跨知能和態度，所以數學教材的安排、教學的落實更顯重要。數學領域新課綱 107 年公布，將於 108 學年度開始從一年級逐年實施；新北市國小數學輔導團銜命要進行數學素養教學的推廣，在許德田團長的帶領下，展開一系列的研發工作。

第一階段在中信國小辦理四天的工作坊，研發出數學教學「轉、做、得」的內涵及其九個要點，並產出 6 篇教案的初步想法及規劃。第二階段配合中央輔導團數學領域的亮點工作坊，針對 6 篇教案進行研討、修改、試教、修正。第三階段配合部分公開課的備課…等，又產出了 4 篇教案；總之，這 10 篇教案都是修改至第四或第五版才定稿。

一篇不錯的教案，從構想到定稿，有很多的面向要考量；輔導員示範的教案，最好能和老師們要教學的內容一樣，這樣才能看出教學設計或處理上有何差異？即使是一節課的教案，也要以整個單元為背景，再確認這節課在整個教學脈絡的適當位置；才能考量學生為中心的學習發展進程，以及教學內容的選擇和安排。通常，課本教材只能靜態的線性呈現，教學卻是動態的師生互動、提問討論、操作活動…等；所以，教案的撰寫要以動態的思維來處理。

此次，新北市國小數學輔導團研發的數學素養教學案例，就考量到教材內容是否親民？教學脈絡是否順當？活動進行是否適合？學童學習是否有效？還有「轉、做、得」的處理，包跨學童舊經驗到新經驗的發展、具體活動到抽象概念的提升、數學概念和生活情境的關聯…等。每一篇教案的作者，除了和教授討論外，也和團隊夥伴討論；並進行試教或公開課，根據現場回饋再予以修正，儘量使教案能讓他人可以了解和掌握。

期望這本數學素養教學 10 個案例的專輯，能協助現場老師對素養教學有所理解，其實它是內部連結、外部連結的教學深化，是一個有方向、有目標的數學教學；藉此培養學童透過數學學習學會思維，也會用數學的眼光看問題。

鍾 靜　　寫於 107.12.29.

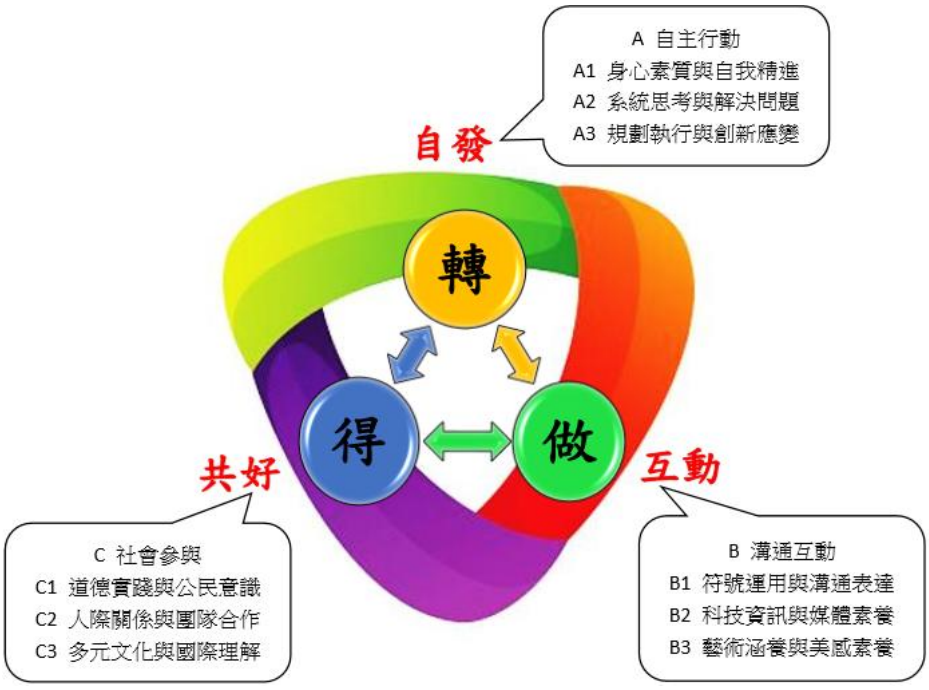
新北市國教輔導團國小數學領域素養導向課程與教學設計要點

十二年國民基本教育課程的理念與目標以「核心素養」做為課程發展之主軸，以裨益各教育階段間的連貫及各領域間的統整，特別強調跨領域的統整課程。目前實施的九年一貫課程數學領綱中能力指標的「連結」主題，強調數學內部連結貫穿及解題能力的發展，重視學生認識數學與其他學科的關係，實與十二年國教強調的跨領域統整精神方向相似。新北市國小數學輔導團(以下簡稱本團)希望能從九年一貫課程的「連結指標」與十二年國教的「核心素養」內涵兩者之間，找出現場教師在數學領域素養導向教學設計可參考的要點，提供教師在教學設計上能有效理解與轉化，進行核心素養的課程與教學活動。

九年一貫課程數學領綱中能力指標的「連結」主題包含「察覺、轉化、解題、溝通、評析」五個項目，在「察覺」與「轉化」部分強調對情境中(生活情境或其他領域)的數學元素能察覺並進行轉化，對情境中數學語言的表出以及數學資料的資訊化，呼應十二年國教數學領綱核心素養中所述「用數學表述與解決問題、觀察出日常生活問題和數學的關聯、能轉化數學解答於日常生活的應用、具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力」等強調數學與生活情境或各領域間之關聯與數學問題的轉化，此外「感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養」亦是欣賞不同領域中有關數學的元素；在「解題」的部分強調選擇合適的數學表徵，以及了解如何利用各種策略解題並能嘗試不同的解法，與十二年國教數學領綱核心素養中所述「嘗試與擬訂解決問題的計畫、尊重不同的問題解決想法、樂於與他人合作解決問題」仍是重視相同的目標，以主動擬定解題策略、選擇合適的數學表徵進行探究操作、與他人合作解題並重視多元解題策略為主。

另外，九年一貫課程連結主題在「溝通」及「評析」部分強調數學語言的理解及使用、由解題結果審視原情境、提出新的觀點或問題並能評析解法的優缺點；同樣的，十二年國教數學領綱核心素養中亦強調「將數學語言運用於日常生活中、從證據討論事情、和他人有條理溝通的態度、理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養」，兩者可互相整合為強調用數學語言與他人理性溝通、互動合作、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題。

綜上所述，本團參考綜合九年一貫課程數學領綱能力指標的「連結」主題內涵，以數學領綱核心素養達成「自發」、「互動」及「共好」之課程理念，進而提出國小數學領域素養導向課程與教學設計要點示意圖如下:



國小數學領域素養導向課程與教學設計要點示意圖

新北市數學素養導向課程與教學設計要點、十二年國教數學領綱核心素養
及九年一貫數學領綱連結能力指標對照表

數學素養導向課程與教學 設計要點內涵說明		十二年課綱 數學領綱核心素養	九年一貫課綱 數學領綱連結能力指標
轉 (Transfer) -轉化	**1. 情境問題轉化-** 察覺生活情境脈絡(含跨領域)中的待解問題，把情境中與數學相關的資料資訊化，轉化成數學的問題，並以數學語言表達之。 **2. 新舊經驗銜接-** 連結舊經驗轉化為新的概念或知識，用以解決新的問題。 **3. 數學概念聯結-** 將數學不同的表現類別(數與量、空間與形狀、關係、資料與不確定性)間有效進行內部之間的轉化聯結。	**A:自主行動** 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。 數-E-A2 具備基本的算術操作能力、並能指認基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表述與解決問題。 數-E-A3 能觀察出日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。 **B:溝通互動** 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。 數-E-B2 具備報讀、製作基本統計圖表之能力。 數-E-B3 具備感受藝術作品中的數學形體或式樣的素養。	**察覺** C-R-01 能察覺生活中與數學相關的情境。 C-R-02 能察覺數學與其他領域之間有所連結。 C-R-03 能知道數學可以應用到自然科學或社會科學中。 C-R-04 能知道數學在促進人類文化發展上的具體例子。 **轉化** C-T-01 能把情境中與問題相關的數、量、形析出。 C-T-02 能把情境中數、量、形之關係以數學語言表出。 C-T-03 能把情境中與數學相關的資料資訊化。 C-T-04 能把待解的問題轉化成數學的問題。 **解題** C-S-01 能分解複雜的問題為一系列的子題。 C-S-02 能選擇使用合適的數學表徵。 C-S-03 能瞭解如何利用觀察、分類、歸納、演繹、類比等方式來解決問題。 C-S-04 能多層面的理解，數學可以用來解決日常生活所遇到的問題。 C-S-05 能瞭解一數學問題可有不同的解法，並嘗試不同的解法。 **溝通** C-C-01 能理解數學語言(符號、用語、圖表、非形式化演繹等)的內涵。 C-C-02 能理解數學語言與一般語言的異同。 C-C-03 能用一般語言與數學語言說明情境與問題。 C-C-04 能用數學的觀點推測及
做 (Do) -操作	**1. 概念操作理解-** 透過可使用的資源或工具，以及合適的數學表徵，進行操作活動，去理解數學概念，並熟練程序，用以解決待解之問題。 **2. 解題策略探究-** 熟悉解題的各種歷程(蒐集、觀察、臆測、檢驗、推演、驗證、論證…等)和運用解題的各種方法(分類、歸納、演繹、推理、推論、類比、分析、變形、一般化、特殊化、模型化、系統化、監控…等)，進行探究並解決問題。 **3. 數學語言溝通-** 解題過程中與他人互動合作討論，說明解題的過程，並精確使用理性溝通所必需的數學語言(含符號、用語、圖表、非形式化演繹等)。		

得 (Gain) -獲得	1. **思考能力提升-** 由解題的結果重新審視原情境,說明或反駁解答的合理性,並評析解法的優缺點、提升數學思考的能力。 2. **解題態度培養-** 培養堅持不懈地探索以及解題成功的成就感,提升學習數學的興趣。 **3. 共同學習增能-** 尊重、欣賞並分享多元、彈性與創新的角度解決數學問題的想法,進而感受數學之美。	**C:社會參與** 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。 數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。 數-E-C3 具備理解與關心多元文化或語言的數學表徵的素養，並與自己的語言文化比較。	說明解答的屬性。 C-C-05 能用數學語言呈現解題的過程。 C-C-06 能用一般語言及數學語言說明解題的過程。 C-C-07 能用回應情境、設想特例、估計或不同角度等方式說明或反駁解答的合理性。 C-C-08 能尊重他人解決數學問題的多元想法。 **評析** C-E-01 能用解題的結果闡釋原來的情境問題。 C-E-02 能由解題的結果重新審視情境，提出新的觀點或問題。 C-E-03 能經闡釋及審視情境，重新評估原來的轉化是否得宜，並做必要的調整。 C-E-04 能評析解法的優缺點。

上表為本團參考九年一貫課程能力指標的連結主題內容，以十二年國教數學領綱核心素養為基礎，提出數學素養導向課程與教學設計三個要點為「轉(轉化Transfer)」、「做(操作Do)」、「得(獲得Gain)。「轉」包含「情境問題轉化、新舊經驗銜接、數學概念聯結」，強調課程與教學設計時應注重各類轉化的面向；「做」包含「概念操作理解、解題策略探究、數學語言溝通」，強調設計學生活動時應注重各類操作面向；最後「得」包含「思考能力提升、解題態度培養、共同學習增能」，則強調課程與教學設計需以素養即知識、技能與態度之整合為主，應著重解題態度及思維的培養。本團所提出的數學素養導向課程與教學設計要點亦呼應國家教育研究院提出素養導向教學之四大原則--「整合知識、技能與態度」、「情境脈絡化的學習」、「學習方法及策略」及「活用實踐的表現」，以轉化各領域之核心素養與學習重點。希望能提供現場教師在實際的教學操作面上能有效地理解核心素養並進行轉化，設計能呼應核心素養的課程與教學活動之參考。

翻『轉』、實『做』、共『得』：與國小數學老師的相好互學

在一個民主、自由、法治的社會裡，期望接受過國民基本教育的公民，需要具備甚麼能力？國際「經濟合作與發展組織」（Organisation for Economic Co-operation and Development，OECD）的 *DeSeCo Project*（2003）專案研究，提出要培育一個有成功的生活以及運作良好的社會，公民所需要的「**關鍵能力**」（***Key Competencies***）：包含(一)個人在所處的環境裡，能有目的地彈性使用各種工具(例如語言、科技等），與世界能對話；(二)必須能與不同階層的異質團體合作，有很好的人際關係，也能處理解決衝突等，能與社會對話；(三)更重要的是，每個人能體現自我，設定人生目標，了解社經制度的運作功能，盡其本分權責，可與自己對話。

我國為因應接軌世界教育新思潮，將《十二年國民基本教育課程綱要總綱》的願景設為：「成就每一個孩子 — 適性揚才、終身學習」(教育部，2014)。強調培育一個人要能適應現在生活以及面對未來挑戰，應具備能進行終身學習所不可欠缺的知識（*knowledge*）、能力（*ability*）與態度（*attitude*）。因此，國教新課綱提出「**核心素養**」的培養，分為三大面向：「自主行動(A)」、「溝通互動(B)」、「社會參與(C)」。三大面向再細分為九大項目，在此三面九項「核心素養」的架構下，去指導學生的學習脈絡：我的解讀銓釋，認為最重要的是培育學生具有民主素養的「道德實踐與公民意識(C1)」；因此，面對快速變遷的時代，學生要有生涯規劃，去「系統思考與解決問題(A2)」；而處在複雜多變的社會，能「符號運用與溝通表達(B1)」，了解人我分際，有效利用各種符號和工具，表達及分享不同的見解或資訊；職是之故，學生應充分瞭解自我特質，發展潛能，用以提升「身心素質與自我精進(A1)」；具備有「規劃執行與創新應變(A3)」的能力，主動探索和研究，激發好奇心及觀察力，運用所學去實踐於生活與工作中；更進一步，具備真善的「科技資訊與媒體素養(B2)」，整合與運用資訊，提升學習效率與生活品質；因而也能透過生活美學的省思，豐富美感體驗，培養對美善人事的「藝術涵養與美感素養(B3) 」。最後，更要時時刻刻警記，學生在學習歷程中，應該涵育良善的「人際關係與團隊合作(C2)」，包容異己，異中求同，同中致異，尊重生命，積極主動關懷社會、環境與自然，以及遵守法治與團體規範，發揮團隊合作精神；並且認識和尊重「多元文化與國際理解(C3)」，瞭解和欣賞國際上不同民族的風土人情，體認世界一體的地球村，培養相互依賴、互信互助的世界，共同建造世界和平的人間淨土。

《十二年國民基本教育數學領域課程綱要》呼應《總綱》的理念與願景，從「數學是一種語言」、「一種實用的規律科學」、也是「一種人文素養」出發，要求課程設計和這些特質密切搭配，應「提供每位學生有感的學習機會」，「培養學生正確使用工具的素養」(教育部，2018/06)。

《數學領綱》依據這個理念以及為達成上述願景，數學教育需提供充分的學習機會，制定數學課程目標為：（一)提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度。(二)培養好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學表述等各項能力。(三)培養使用工具，運用於數學程序及解決問題的正確態度。(四)培養運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。(五)培養日常生活應用與學習其他領域/科目所需的數學知能。(六)培養學生欣賞數學以簡馭繁的精神與結構嚴謹完美的特質。

《數學領綱》的理念願景與課程目標，或許也呼應了OECD舉辦的「國際學生能力評量計劃」PISA（*the Programme for International Student Assessment*）所要求的數學能力。依據北歐學者 Mogens Niss (2002)研究，統整分析**數學能力（*Mathematical Competyencies*)**，在結構上顯現兩群數學能力：一為提出問題與解決問題的能力群，另一為使用數學和工具的能力群。前者包含數學思維能力、擬題與解題能力、分析與發展數學模式的能力、數學推理論辯能力；後者包含數學表徵能力、符號化與形式化能力、數學溝通能力、輔助學習工具的使用。是故，PISA(2015)對於「**數學素養 *(Mathematical Lityeracy* or *Numeracy*)**」定義為「個體在各種不同脈絡中，形成、使用與詮釋數學的能力(*capacity*)；數學能力包含數學推理、使用數學概念、程序、事實與工具，用以說明、解釋及預測現象。數學素養幫助個體能賞識(*recognize*) 數學在這世界中所扮演的角色，並且幫助個體進行作為有建設性(*constructive*)、投入性(*engaged*)與反思性(*reflective*)的公民，所需要有憑有據的判斷與決定。」

翻開臺灣國小數學課程/教科書近半世紀之發展史，民國64年以前：採編序式數學課程（舟山模式）、64～82年：64年版部編本（板橋模式）、82～90年：82年版部編本及民間版本（準板橋模式）、90～94年：九年一貫89年暫行綱要之各民間版本（民間模式）、94年以後：九年一貫92年綱要(2003/11/14)各民間版本以及統編本（官方模式與民間模式並行）、100年以後：九年一貫97年綱要(2008/05/26)以及108年以後：12年一貫107年綱要(2018/06/)。面對臺灣國小數學課程一波波的改革，第一線現場的最基層的老師，在「忙」與「盲」之際，如何因應其教學變遷？尤其記憶猶新的，《82年數學課程標準》引起發生所謂俗稱「建構式數學」的紛擾與波瀾，其間之誤解或疑慮，有待數學課程史家學者撥霧澄清。但吾人樂見這次十二年國民基本教育數學領域課程綱要之研修制定過程，在主事者廣見洽聞與殫思極慮下，除應恪遵法律規章之限制外，能勇於任事、廣結善緣以及維持程序之正義，完成規劃十二年一貫的數學課程綱要，提倡培養學生正確使用工具的素養；並且發展《數學領域課程手冊》(教育部，2018/12/)，解析《數學領綱》之內涵特色，研發教學示例，逐條說明一年級到十二年級各年級的「學習內容」及其對應的「學習表現」，對於該條目範圍與連結、後續條目及其錯誤類型與相關評量等，都能釋例解說，

期待學校規劃數學課程、教師編選教材及其教學時，有所指導參考依據。如此這般貼心服務，在實際行政運作上，學校教師是否能達到預期成效？輔導團能夠做些甚麼？有以深思。

唯我在新北市國小數學領域輔導團近十年來，與這些現場國小數學老師的相好互學的過程中，常常反省思考請團員(包括我自己)：「回想到現在為止，在這一生中，有哪些事件發生，不管好事或壞事，具體影響到您的人生，而走到教學生涯? 在教學生涯中，有哪些事件發生，讓您決定參與輔導團之學習?又在輔導團之學習中，有哪些事件發生，讓您深深刻印在腦海?」 依我的調查觀察所得，一個**專業發展學習社群**(PDLC, *Professional Development Learning Community*)須以反思作為動力，以智慧導引成長，用以創新教學及提升國教品質。吾人一定要翻『轉』教育觀念，在課堂現場實『做』，以及大夥能分享共『得』：讓學生有願意進入課堂，絕對是數學教學的首要原則，教師的教學信念宜以發展學生學習態度為優先，體現數學是有用的，數學無所不在，看到數學的價值；教材設計應有清楚的教學脈絡，師生課堂話語和生生對談，呈現有質有感的教與學之風貌，我一向主張數學教與學必須「**教得有感覺、學得有意義**」；教與學都各有其自在的知識理解，以及師生實作可以得到共建的學習成效。誠然，如以色列理工學院教授 Ron Aharoni 有高深數學修養與研究創新經驗，為了扭轉小學數學的教學，親自到小學任教以後；Oh! Aha! 他發現「在教小學生時領悟出一個道理，就是小學數學一點也不單純，除了美之外還有深度。…小學數學雖然不深奧，但蘊涵了智慧；雖然不複雜，卻卓然有深意。…能用嶄新的眼光重新看小學數學原理的人，方有能力再發掘她的美。」Ron Aharoni 教授臨床教學後寫成一書《*Arithmetic for Parents: A Book for Grown-Ups About Children's Mathematics*》, 2006, 2015) 有關小學算術之教學診斷，作為家長須知與教師指引之參考。吾人期待能與孩子一起能學好數學：動「手」、用「腦」、「玩」數學 ！

新北市國小數學領域輔導團團員在教學輔導中「做中學」，在學生學習需要上看到自己的專業責任，在老師教學需求上提升自己的專業知能。大夥共同學習並且樂於教學，促進學習，追求品質(*Learning Together, Enjoying Teaching*)：精研數學知識、教學知識、學生知識、數學教學知識，養成有數學教學的專業論辯能力。上學年度(106)，輔導團為因應即將實施的十二年國教數學領綱之分享宣導，特地舉辦「新北市數學領域核心素養導向課程與教學設計工作坊」，邀請國小數學老師一起集思廣議，依據《數學領綱》課程架構「知」、「行」、「識」，以達成「自發」、「互動」及「共好」之《總綱》課程理念，完成「新北市數學領域核心素養導向課程與教學設計要點及十二年國教數學領綱核心素養對照表」與「新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表」，用以協助現場老師設計數學素養導向的教學活動。國小數學素養導向的「轉化(Transfer)、操

做(Do)、獲得(Gain)」TDG課程設計：「轉(T)」能轉化情境問題，以銜接新舊經驗，並連結數學概念；「做(D)」透過理解概念操作，藉由探究解題策略，使用數學語言溝通；「得(G)」終能提升思考能力，並培養解題態度，期以共同學習增能。

輔導團以「新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表」為範本，透過公開授課演示疑難問題教學。團員在備課時，需要充分的教材分析以及因應的教學策略研討；團員完成初稿，經過數次的試教，做些修正與調整後；藉由分區到校的公開說課、授課演示，蒐集觀課、議課後之建議，最後完成教學記錄檔案。期盼團員的這份用心良苦的作品，能給現場教師有所借鏡參考，更盼望不吝指正，期許臺灣數學素養教育在現場，有實踐成功的機會。當然，「**學有定則、教無定法**」，記得每位老師的學生都是獨一無二的，只有您最瞭解您的學生及其需求。當您在講台上，面對自己的學生，要教這個單元/這節課時，應該怎麼教?要教什麼？為甚麼要這麼教？審慎思索：如何編排教材內容與教學活動？要怎樣展示教學手法?如何評量學生的學習表現?

事實上，由國際上數學教育的成效評比，可以顯現我國基層教師的努力成果。例如經濟合作暨發展組織OECD推動的跨國評量計劃PISA，從終身學習的面向來看待教育的真諦，每三年一輪評量閱讀素養、數學素養和科學素養，重點在評估接近完成基礎義務教育的十五歲學生，對於未來生活可能面對的問題情境,準備的程度以及他們習得多少必備的知識和技能。。PISA評量結果不僅提供給各參與國檢視該國學生的基本素養，同時深入探究其教育制度、課程與教學優缺點，並進行省思、檢核與改革。台灣參加在2006~2015期間參加四次，數學表現非凡，其排名在所有參與國家或區域如後：2006(1/57)、2009(5/65)、2012(4/65)和2015(4/72)。另一個成就調查內容與各國數理課程有關的「國際數學與科學教育成就趨勢調查」（*Trends in Mathematics and Science Study*，簡稱 TIMSS），是由教育成就評鑑國際協會（The International Association for the Evaluation of Educational Achievement，簡稱 IEA）所舉辦。TIMSS 每隔四年針對四年級與八年級學生進行數學與科學的教育成就調查，並藉由調查結果幫助參與國家改善數學與科學教育。台灣在2003~2015期間參加四次，數學表現優異。四年級數學排名成就在所有參與國家或區域如後：2003(4/25)、2007(3/36)、2011(4/53)、2015(4/49)。八年級數學排名成就在所有參與國家或區域如後：2003(4/46)、2007(1/49)、2011(3/45)、2015(3/39)。

然而，相較他國，我國學生之學習卻呈現「重認知而輕情意」的現象。如以TIMSS 2015來看，我國四年級學生與八年級學生對數學都表現出「不喜歡」、「沒自信」和「認為不重要」的態度。對於「不喜歡數學」：四年級學生不喜歡的比率和國際平均比較為 38%：19%，八年級學生不喜歡

的比率和國際平均比較為 56%：38%。對於「學數學沒自信」：四年級學生比率和國際平均比較為 46%：23%，八年級學生的比率和國際平均比較為 60%：43%。對於「認為數學無用」：八年級學生的比率和國際平均比較為 41%：13%。是故，思考如何提升學生的學習熱情，怎樣改善教學任務、分配適宜的作業量或實施探究教學，使之更吸引學生，建立協同學習氣氛等等?

要確保學生學習「真」的發生了！我贊同提倡發展式的數學教學（張英傑，2005)：教師應以「概念理解奠基、熟悉程序歷練」為經，「配合情境經驗、具體操作輔助」為緯去編織課程，採取「解題導向」導引深入的奠基探究之溝通推理教學模式；讓學生能經驗、察覺、理解數學概念，而能加以組織內蘊化為認知基模（*Schema*）；為顧及個別學生的學習路徑差異，能彈性給予個別充足的時間和空間，使之能自動化運用所習得的數學知識能力。藉由「知識→ 見識 → 賞識」的學習歷程，建構數學是一門樣式和秩序的科學（*Mathematics is the science of patterns and order.*)，體現數學之美與利。讓我們共同彼此情真意切話數學的教與學！***Happy New Year*** 2019！

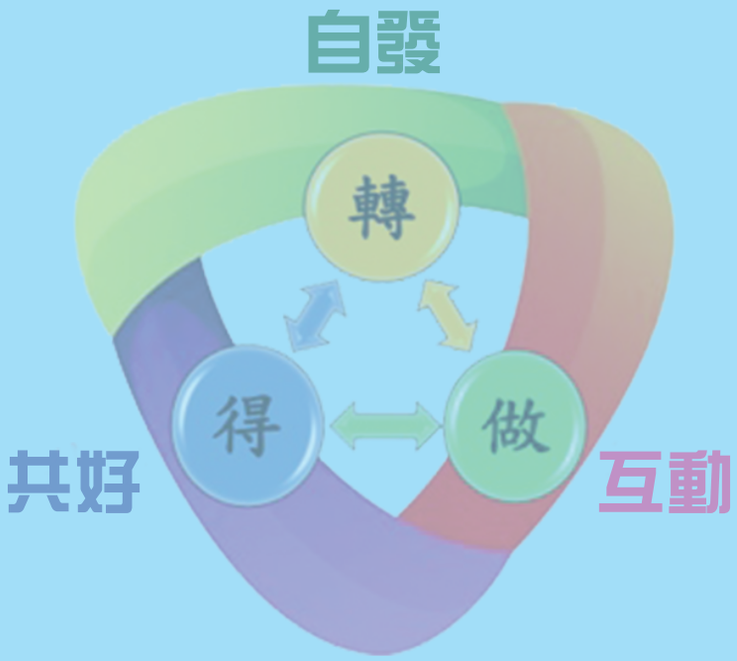
國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 退休教授



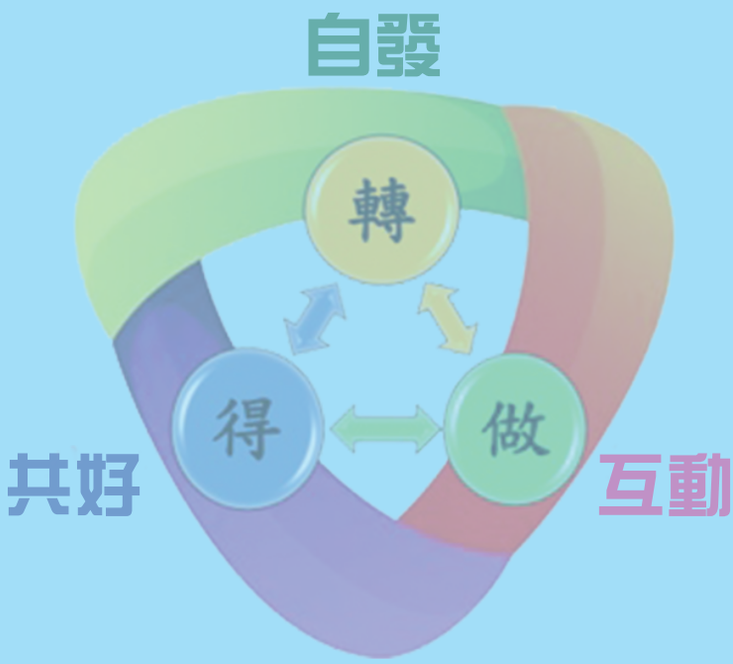
書於六然居2019/01/01

數學素養導向教學活動設計示例

低年級






自發
轉
得
做
共好
互動

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：10 以內的加法　　授課年級：一 年級
本節教學主題：認識加法算式　　設 計 者：林心怡
節數：共 4 節，教學設計為第 1 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1. 在具體情境中認識加法算式。
2. 在具體情境中列出加法算式並進行解題。
3. 認識 0 的加法。
4. 認識加法交換律。
5. 熟練 10 以內的基本加法計算。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-I-2 理解加法和減法的意義，熟練基本加減法並能流暢計算。 r-I-2 認識加法和乘法的運算規律。	N-1-2 加法和減法：加法和減法的意義與應用。含「添加拿走型」、「併加分解型」、「比較型」等應用問題。加法和減法算式。 N-1-3 基本加減法：以操作活動為主。以熟練為目標。指1到10之數與1到10之數的加法，及反向的減法計算。 R-1-2 兩數相加的順序不影響其和：加法交換律。可併入其他教學活動。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 能點數 30 以內的數。 2. 熟練 10 以內的合成與分解。	1. 加法算式抽象符號與具體情境的連結。 2. 未熟練向上數或是 10 以內的分解與合成，造成解題的困難。

(二)教材研究分析

本單元是學生第一次認識數學算式，對學生而言算式的符號是抽象的，如何讓學生由具體情境中連結加法算式的意義是這節課設計的重點。學生在之前幾個單元的舊經驗中，已經學會一一對應點數數量以及 10 以內數的合成與分解，本單元學生將運用這些舊經驗進而在生活的加法情境中連結算式的意義進行解題，最後能熟練 10 以內的基本加法運算，做為未來加法直式算則之運算基礎。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一 **(本節演示)**	1.在具體情境中認識加法算式	1-1 在具體情境中透過畫圈、向上數或是數的合成分解，解決加法問題。 1-2 認識加法算式的意義(包含「+」及「=」符號的認識)。 1-3 能用加法算式記錄加法情境。	觀察 發表 作業(學習單)
二	2.在具體情境中列出加法算式並進行解題	2-1 用加法算式列出**併加型**的加法情境文字應用問題，並進行解題。 2-2 用加法算式列出**添加型**的加法情境文字應用問題，並進行解題。 2-3 以加法算式進行加法故事創作。	觀察 發表 作業(學習單)
三	3. 認識 0 的加法 4. 認識加法交換律	3-1 用加法算式列出**加數為 0** 的加法文字應用問題，並進行解題。 3-2 用加法算式列出**被加數為 0** 的加法文字應用問題，並進行解題。 4-1 透過併加及添加型加法情境問題認識加法交換律。	觀察 發表
四	5.熟練 10 以內的基本加法計算	5-1 透過加法心算卡或遊戲熟練 10 以內的基本加法計算。 5-2 加強合 10 的加法計算。	觀察 發表 課堂評量

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
1-1 透過分與合的舊經驗解決生活情境的加法問題。	1-1-1 透過集獎卡換獎品的活動複習分與合的舊經驗，找出 9 張獎卡可能兌換的獎品張數和。
1-2 在具體情境中認識加法算式的意義(包含「+」及「=」符號的認識)。	1-2-1 透過學生在分與合的活動中找到的「筆記本 7 張獎卡和擦布 2 張獎卡合起來共是 9 張獎卡」，認識「7＋2=9」的意義。 1-2-2 利用數學史認識加號「＋」的由來。 1-2-3 練習用加法算式表示兌換獎品的方式。
1-3 運用加法算式紀錄生活中的加法情境。(連結加法算式與具體情境)	1-3-1 透過找密碼活動，找出教室內哪裡可以表示「3+2=5」並說說看。 1-3-2 透過小組合作用教室情境中的物品設計加法算式，並小組間互相解讀設計的加法算式，充份練習生活情境與加法算式之間的連結。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念聯結	T1:將具體情境的複雜文字敘述轉化為抽象的數學加法算式，以及利用教室內的物品轉化為抽象的加法算式(含從加法算式轉化為原教室情境物品的描述)。 T2:透過分與合的舊經驗銜接新的加法問題及算式。
做	■ D1 概念操作理解 □ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1:透過畫圖或實際獎卡點數解決換獎品問題，以及利用教室內現場物品說明加法算式的意義。 D3:能和同學說明並溝通加法算式及算式代表的意義。
得	■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1:能觀察教室內物品思考如何設計加法算式，並說明算式的意義及合理性。 G2:透過觀察教室物品來推測其他組設計算式的意思，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣。 G3:透過數學史的介紹，認識數學符號加號「＋」的由來，欣賞數學簡約之美；以及透過觀察教室內物品推測其他組設計算式的意思，欣賞多元與創新的思考角度。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
1-1-1	【活動一】集獎卡換獎品 (此為複習合 9 的舊經驗並引入加法算式) 問題情境: (老師提供獎品兌換點數表)  (一)小明在班上表現很棒，他換了兩個獎品剛好用了 9 張獎卡，你能找出他換了哪兩個獎品嗎?並說說看，你怎麼知道的? 學生活動: 學生個人作答後，兩人一組分享自己	配合學習單 物品組合: 1. 筆記本和擦布(7 張和 2 張) 2. 鉛筆和球(5 張和 4 張) 3. 膠水和剪刀(6 張和 3 張) 解題做法:	5 分	T2 新舊經驗銜接：分與合舊經驗操作解題

	的做法。 1. 老師由學生做法中點數和為 9 的物品組合介紹加法算式(包含「＋」及「＝」符號的認識)及其意義之連結。	1. 畫圈圈 2. 向上數 3. 合 9 策略	13 分	
1-2-1	(1)老師提問:「你怎麼知道小明換了筆記本和擦布呢? 」 學生回答:「筆記本 7 張獎卡和擦布 2 張獎卡合起來共是 9 張獎卡」 (教師板書，並張貼實際可點數的 7 張獎卡和 2 張獎卡) (2)老師提問:要寫的字好多，可以有更簡單的方式記錄嗎? (以下以學生簡化語言進行板書) ➲「7 張獎卡和 2 張獎卡合起來共是 9 張獎卡」 ➲「7 張和 2 張合起來共是 9 張」 ➲「7 和 2 共是 9」 (3)老師介紹「加」和「等於」的名詞及符號: ➲「7 加 2 等於 9」 ➲「7 ＋ 2 ＝ 9」 (4)教師加強學生連結「7 ＋ 2 ＝ 9」以及原情境之前的關係: 「7」是什麼意思? 「2」是什麼意思? 「7+2」代表什麼意思? 「=9」代表什麼意思?	教師先寫出物品和為 9 的**文字敘述**，引導學生簡化記錄(能不能有更簡單的方法記錄)，最後再介紹**加法算式** 協助學生連結算式與原紀錄情境的內容之間的關係		D1 概念操作理解：透過可點數的具體獎卡操作解決問題 T1 情境問題轉化：情境的文字敘述轉化數學算式，並能由算式說明原本代表的意思
1-2-2	2. 老師補充數學史~ 加號「＋」的由來:傳說中世紀酒商在售出酒後，用橫線標出酒桶里的存酒，而當桶里的酒又增加時，便用豎線把原來畫的橫線劃掉。於是就出現了用以表示減少的「-」和用以表示增加的「+」。 原文網址：https://kknews.cc/zh-tw/news/16b4g9.html)	老師可透過實際容器的操作呈現標記的需求及動作		G3 共同學習增能：透過數學史欣賞數學符號發展的過程
1-2-3	(3)學生活動:		7 分	

	請學生個人練習將自己學習單上找到的兩件物品獎卡數寫成加法算式。 1. 老師擇幾位學生的算式呈現出來，請同學說說看算式原本的意思。 2. 若有同學寫出「2 ＋ 7 ＝ 9」的算式，老師全班討論這個加法算式是換了哪兩個獎品?和「7 ＋ 2 ＝ 9」換的是相同的獎品嗎?可藉此讓學生發現相同的物品合起來時，先記錄哪一樣物品都可以。	此時為課堂檢驗學生是否能運用剛習得的加法算式紀錄原分與合的紀錄形式。 若學生自然出現交換律的紀錄方式，可藉此初步經驗加法交換律，若沒有出現則不宜特別討論		T2 新舊經驗銜接：將分與合舊經驗解題的結果用新知識(加法算式)表徵 D3 數學語言溝通：能和同學說明寫出的加法算式其意義
1-2-3	(二)如果你可以挑選其中兩樣獎品兌換，請寫出一個加法算式記錄你換的兩樣獎品合起來的張數。 學生活動: 1. 請學生個人寫成加法算式記錄下來。 2. 兩人交換看彼此的算式，說說看同學換了哪兩種獎品，用一句話說說看算式原本的意思。 ➔老師擇其中一組學生的加法算式，請同學說說看算式原本的意思。 (小結:每個加法算式都有它原本的意思)	老師針對學生解題以及互相溝通時進行觀察，適時介入需要協助的小組		T2 新舊經驗銜接：用新知識(加法算式)表徵舊的解題經驗 D3 數學語言溝通：能和同學說明寫出的加法算式其意義
1-3-1	【活動二】教室內的密碼 問題情境: 老師說了一個教室內的密碼: 「3+2=5」 猜猜看，你知道這個加法算式在算教室內的什麼東西嗎? 學生活動: 1. 兩人一組討論。 2. 小組自由發表，全班共同討論。	因教室內物品多樣，所以答案可能多種，只要合理說明都正確 學生若說出不同單位物品相加時(如 3 個電燈+2 張椅子)，老師應反問合起來的「5」是什麼?引導學生注意單位的問題。	5 分	G1 思考能力提升：以教室內物品說明「3+2=5」的意義及合理性
1-3-2	【活動三】我來寫、你來猜 請你自己用教室內的物品來想一想，設計一組加法算式，讓同學猜猜看。 學生活動: 1. 四人一組討論，觀察教室內的物	透過設計加法算式討論活動，引導學生觀察周遭的物品，並大量點數及計算加法的	10 分	T1 情境問題轉化：利用教室內的物品轉化為加法算式，並能由

	品，並用教室內的物品設計一組加法算式寫下來。 2. 分組上台展示設計的加法算式，請其他各組觀察教室內的物品，並猜一猜加法算式中計算的物品是什麼。 3. 請台上小組公布答案，並以現場教室內的物品說明其加法算式及算式代表的意義。 4. 各組輪流上台進行上述活動。	結果 本活動是否猜對不是重點，目標是透過討論讓學生練習觀察周遭環境中可寫成加法算式的物品數量，提供大量連結具體情境及抽象算式的機會，並說明算式及算式代表的意義。		算式轉化為現場情境描述 D3數學語言溝通：能與同學討論互動，並用數學語言溝通 G2解題態度培養：透過觀察教室物品來推測算式的意思，享受探索帶來的樂趣以及成就感 G3共同學習增能：透過分享算式的意思，欣賞多元與創新的思考角度

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：分類與整理　　授課年級：一年級
本節教學主題：畫記(誰是贏家)　　設 計 者：詹婉華
節數：共 3 節，教學設計為第 2 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1. 將生活中的事物做初步的分類。
2. 能利用畫記表示簡單的統計結果。
3. 能將記錄以統計表呈現並說明。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
d-I-1認識分類的模式，能主動蒐集資料、分類、並做簡單的呈現與說明。	D-1-1簡單分類：以操作活動為主。報讀與說明已處理好之分類。觀察分類的模式。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 能正確數數。 2. 辨識物體的外形並分類。 3. 能依據量的多少，進行數的大小比較。	1.無法將生活事物做正確分類。 2.不知如何記錄或不能正確記錄各類物品的數量。

(二)教材研究分析

一、教材分析

美國數學教師學會 (National Council of Teacher ofMathematics , NCTM)將四個學習目標作為統計課程 (K-12)的基本架構： (1)形成可用資料敘述的問題，並蒐集、整理、和展示相關資料以回答問題；(2)選擇和使用適當的統計方法來分析資料 ；(3)根據資料，發展並評估推論和預測；(4)理解和應用基本的機率概念。在國小低年級的統計課程只進行「形成可用資料敘述的問題，並蒐集、整理、和展示相關資料以回答問題」。

對中小學教育來說，讓學生透過與真實世界連結的情境來作資料的探究，不但能引起學生興趣、增加課堂中的討論空間，有助於學生對於統計的實用感，並能從這些統計資料中吸收與我們生活有關的資訊，以及幫助學生開始學習解釋這些資料所代表的意義(鄒聖馨、鍾靜，民 89)。所以統計教學應注意真實資料及實作統計。

1. 真實資料

為了瞭解統計的意義與功用，學生必須直接運用真實資料，從情境中找尋資料來解決問題，甚

至能進而設計、執行和解釋一個調查、研究或實驗，實際利用真實情境的資料來回答欲探究的問題。

學生不一定要蒐集他們要用的資料，也可以是從別人那兒來的或現成的資料，學生需要思考的是用什麼方式來得到這些資料，並藉由這些資料來了解統計的意義。

2. 實作統計

一個完整的統計活動應從提出疑問、針對問題蒐集資料、將蒐集到的資料分類整理、以統計的數字或圖表來表現資料、到進行分析以回答問題，如果能讓學生經驗這些過程，必能增加學生對於統計的了解，引導學生關心生活週遭與統計相關的素材，並學到該怎麼使用它。

二、設計理念

正因教學活動應由情境中尋找資料來解決問題，而數學繪本故事內容貼近學生的生活，小學生容易對繪本中的故事有感，適合運用於學生的數學學習，因此「分類與整理」運用繪本來提高小學一年級學生的數學學習興趣、對學生數學更有感覺，並擴展學生的數學視野。

一般教科書往往以呈現各類總數量的方式，讓學生進行畫記活動，學生可以透過點數、畫圈、寫數字來記錄各類的數量，無法產生畫記的需求，因此設計點數汽車的動態活動，讓學生發現用點數很難正確知道各種顏色汽車的數量，而寫數字、畫圈會來不及記，進而產生畫記的需求。單元設計三節課的活動，第一節進行分類活動、第二節學習畫記記錄、第三節學習說明簡單統計表。

第一節運用數學繪本「小小消防隊員」故事，讓學生從顏色、形狀、大小將鈕扣進行分類，再以學校的資源回收日讓學生進行分類活動，並讓學生計數各類的數量。

第二節運用部分數學繪本「歐馬利家的畫記高手」故事，引發學生發現用數數的方式很難同時進行三種不同顏色的汽車數量，寫數字和畫圈也來不及記錄，引發學生學習畫「正」的需求，並完成簡單統計表及解決問題。

第三節學習說明簡單統計表，以票選「禮貌小天使」的活動，讓學生初步認識選舉活動中的候選人、投票、計票及票選結果，接著再以候選人分類排列選票，讓學生初步看到每一票依樣大，票排得比較高的候選人，就是當選者。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	1.將生活中的事物做初步的分類。	1-1 將生活中的事件或活動做初步的分類。 1-2 能說明分類的結果。	口頭問答、小組討論 記錄實作、發表
二 (本節演示)	2.能利用畫記表示簡單的統計結果。	2-1 能對生活中的事物做分類。 2-2 能討論記錄的方法，並透過「正」字畫記的方式做記錄。 2-3 能統計資料並說明畫記的結果。	口頭問答、小組討論 記錄實作、發表
三	3.能將記錄以統計表呈現並說明。	3-1 能將記錄做成簡易的統計表。 3-2 能說明簡易的統計表。	口頭問答、小組討論 記錄實作、發表

四、第 2 節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

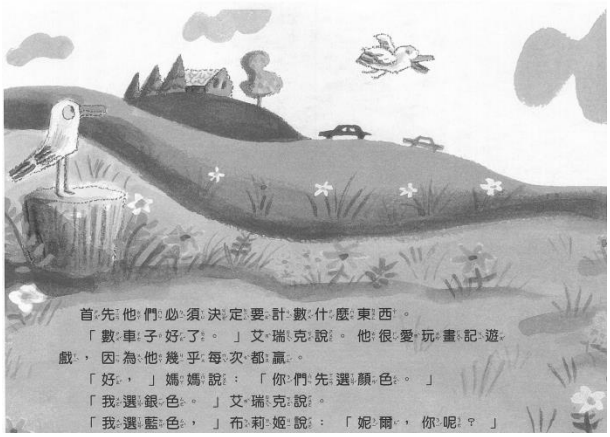
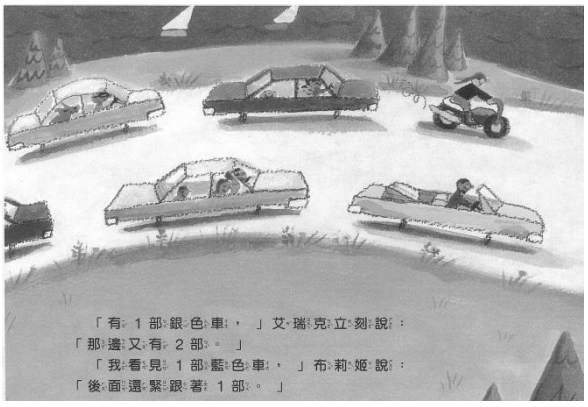
活動目標的主要概念	對應的學習活動
2-1 能對生活中的事件或活動做初步的分類。 2-2 用畫記的方法做資料整理。 2-3 能說明並分析畫記的結果。	2-1-1 能將草地上的動物分成牛和羊二類，並正確數出牛及羊的數量。 2-2-1 能用○、△或數字……等方式記錄不同顏色的汽車數量。 2-2-2 用「正」字畫記的方式正確記錄不同顏色的汽車數量。 2-3-1 以畫「正」字記錄不同顏色汽車的結果，統計各種顏色汽車的數量，並判斷誰是贏家。

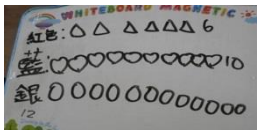
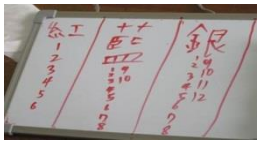
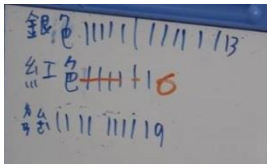
(二)素養導向的課程與教學

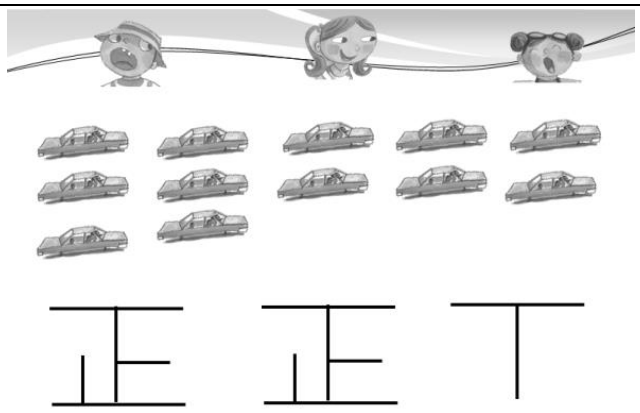
素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 □ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念聯結	T1：察覺生活中不同顏色汽車數量的問題，把故事情境中不同顏色汽車經過次數的資料資訊化，並嘗試以畫記的方式記錄並表達不同顏色的汽車數量。
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：運用畫「正」的方式記錄不同顏色汽車的數量，熟練畫「正」的方法。 D2：小組討論記錄不同顏色汽車的畫記方式，並分工進行實作，記錄不同顏色的汽車。 D3: 說明記錄不同顏色汽車的畫記方式及畫記的結果。
得	■ G1 思考能力提升 □ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1：思考何種畫記方式能有效有正確的記錄不同顏色汽車的數量。 G3:尊重並欣賞不同的畫記方法，及呈現的統計結果。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
	課前準備 教師以《歐馬利家的畫記高手》繪本的部分內容作為引起動機及提問資料，並以繪本部分頁面做成 ppt。(詳附件 1) 運用 ppt 軟體動畫的「飛入」功能，模擬製作汽車在路上動態經過的歷程。(詳附件 2)			

2-1-1	【活動一】分類及點數 1.教師運用 ppt 敘述繪本故事《歐馬利家的畫記高手》—歐馬利一家開車出遊…… 2.配合繪本故事 ppt。  教師提問：草坪上有哪些動物? 學生回答問題。 有幾隻牛?有幾隻羊? 學生回答問題。 3.教師提問：你怎麼知道牛的數量?要怎麼數? 學生上台說明。	學生由繪本圖回答有牛、羊。 學生上台點數,教師讓學生確認點數的方法是否正確。	7 分	
2-1-1	【活動二】車子有多少 1.配合繪本故事 ppt。   教師提問：哥哥、姐姐、妹妹要進行什麼比賽?怎麼比出誰是贏家?	學生能由繪本故事回答哥哥、姐姐、妹妹以	25 分	T1 情境問題轉化：

	學生發表。	不同顏色的汽車數量來比賽 學生猜測數量多的是贏家		記錄並比較不同顏色車子的數量
	2.教師提問：要數哪幾種顏色的汽車數量? 學生回答問題			
2-2-1	3.教師提問：汽車不會停在路上，開過去就會看不到車子了。我們看看有那些顏色的車子? 教師第一次播放車子動態經過的歷程 ppt，讓學生分辨車子的顏色。	學生由繪本故事能說出要數銀色、藍色、紅色，並能分辨汽車的顏色		
	4.教師提問：如果要幫他們記錄經過的銀色、藍色、紅色的汽車數量，可以用什麼方法記錄不同顏色的車子有幾輛? 小組討論並決定數的方法。	小組可能分配不同的人數不同顏色的汽車，記錄的方式可能口頭點數、寫數字、畫○、畫汽車，教師不須規定學生的記錄方式		D2解題策略探究：討論記錄的方法並分工 G1思考能力提升：思考能有效且正確的記錄方法
2-2-2	5.教師第二次播放車子動態經過的歷程 ppt，學生分小組記錄。 小組發表記錄的結果。	學生記錄的數量可能不同    教師引導學生說出記錄時發生的問題		D3數學語言溝通：說明記錄的方法及結果 G3共同學習增能：欣賞他人不同的記錄方法
	7.教師提問：可以用什麼方法快速又正確記錄不同顏色車子的數量? 學生發表想法			D1概念操作理解：了解畫
	8.教師由繪本故事中哥哥、姐姐、妹妹的記錄方式，引導學生學習「正」字的畫記方式。	讓學生觀察哥哥、姐姐、妹妹的記錄，猜測		

2-3-1	 9.配合繪本故事 ppt，讓學生學習用「正」做記錄，並確認學生記錄的方式是否正確。 10.教師讓小組再一次記錄不同顏色的車子有幾輛。 11.小組發表記錄結果，教師確認小組的記錄結果。 12.教師提問：誰贏了?你怎麼知道的? 學生發表。 13.教師運用繪本中的圖片介紹「𝍸 」，並讓學生學習畫「 𝍸 」的方法。  	記錄代表的意義。 學生配合汽車的經過，一輛畫一個記號，經過 5 輛後，確認學生能畫出一個「正」 學生以小組分工記錄不同顏色汽車的數量 教師可運用 ppt 顯示銀色、藍色、紅色汽車的數量，讓學生確認記錄的結果是否正確 (銀色 12 輛、藍色 10 輛、紅色 5 輛) 學生由車子的數量，找出最多輛汽車的顏色，再由汽車的顏色知道是哥哥贏了。		「正」的方法 D1 概念操作理解：用畫「正」的方法記錄車子的數量 G1 思考能力提升：思考能有效且正確的記錄方法 G3 共同學習增能：欣賞並學習他人的記錄方法 D3 數學語言溝通：說明記錄的發法及結果
2-2-2	【挑戰活動】誰是贏家 1.教師以不同顏色車子—紅、黃、藍、銀，讓學生先選一種顏色，並說明「誰是贏家」的比賽。 2.教師提問：你能不能一個人記錄不同顏色的車子有多少?想一想要怎麼記錄? 學生小組討論記錄的方法	確認學生選擇的車子顏色，數量最多的就是贏家。 學生由小組記錄的經驗，討論個人記錄的方	8 分	G1 思考能力提升：思考能有效且正確的記錄方

2-3-1	3. 教師播放車子動態經過的歷程 ppt，學生進行個人記錄。 4. 學生發表，全班確認記錄結果。 5. 教師提問：誰是贏家?你怎麼知道的? 6. 全班由記錄的結果，確認誰是贏家。	法 學生無法進行記錄時，教師應暫停比賽，再一次全班討論記錄的方法 學生可配合 ppt 來發表記錄的過程 學生能由黃色數量最多，而說明選黃色的同學是贏家 教師也可說明完全記錄正確的也是記錄的贏家		法 D1 概念操作理解：用畫「正」的方法記錄車子的數量 G3 共同學習增能：欣賞並學習他人的記錄方法

單元設計參考資料：

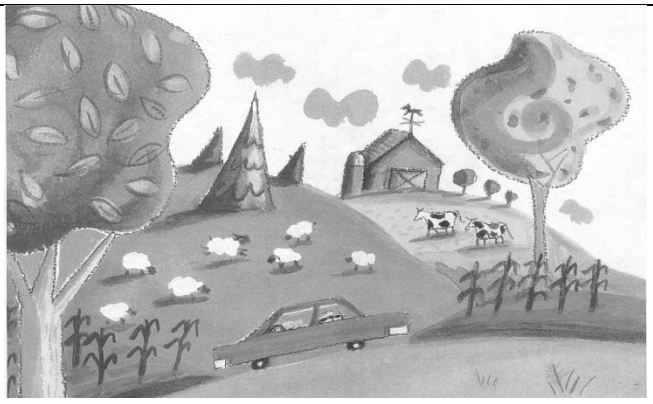
1. 國小數學教材分析: 統計與機率。國家教育研究院。
2. 小小消防隊員／分類、平分。臺灣麥克股份有限公司。
3. 歐馬利家的畫記高手／畫記計數。臺灣麥克股份有限公司。
4. 投開票所作業程序動畫版(國語版)
https://www.youtube.com/watch?v=hMT2WXKdmYY

附件 1

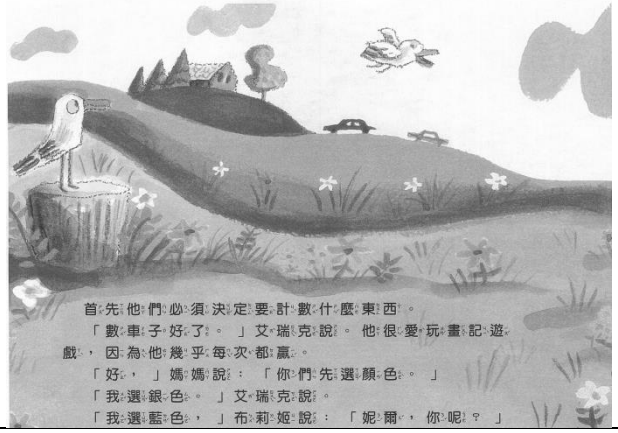
教學活動播放的《歐馬利家的畫記高手》頁面



封面、p. 4、p. 5 進行暖身活動—歐馬利一家人準備出遊



p. 6 的圖片能對草地上的動物進行分類與點數



p. 8 的文圖知道歐馬利家要進行汽車計數的活動

	
p. 12 的文圖知道路上不同顏色的汽車不斷經過	p. 17 學習不同畫記的方法

附件 2

教學活動播放「車子動態經過」ppt，製作方法：

(1)在製作汽車經過的 ppt 頁面左側先插入不同顏色汽車圖片

(2)點選汽車圖片後在動態功能選擇「飛入」

(3)選擇圖片的飛入方式為由左至右(→)

(4)除第一輛出現的汽車圖片不更動開始的方式，其他汽車改選「接續前動畫」並適時調整飛入的時間。



新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：二位數的加法　　授課年級： 一 年級
本節教學主題：二位數加二位數(進位問題)　　設 計 者：胡錦芳、江珮瑤
節數：共 4 節，教學設計為第 3 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1.透過不同的情境解決二位數的加法問題。
2.能理解「10」和「1」兩個計數單位的意義。
3.能知道二數相加的順序不影響和。

(二)課程綱要學習重點

學習表現	學習內容
n-I-2 理解加法和減法的意義，熟練基本加減法並能流暢計算。 r-I-2 認識加法和乘法的運算規律。	N-1-2 加法和減法：加法和減法的意義與應用。含「添加拿走型」、「併加分解型」、「比較型」等應用問題。加法和減法算式。 R-1-2 兩數相加的順序不影響其和：加法交換律。可併入其他教學活動。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1.能熟練 10 以內的合成分解 2.能解決一位加一位的加法問題。	1.學生無法運用又 10、又 1 的策略流場計算。 2.學生不了解聚 10 的意義。

(二)教材研究分析

加法概念的學習，一向被視為數學概念的基礎，而加、減法的運用更是低年級數學課程的主要課題。在學習本單元之前學生已經學會 10 以內的合成與分解，並熟練一位數的加減計算。本單元的主要學習內容是在不教直式的狀況下，學生能解決二位數的加法問題，因此教師如何引導學生發展多元的策略解決加法問題，進而培養學生數感，是本單元教學的重點；此外，透過具體操作理解聚 10 的意義，有助於學生奠定日後熟練直式運算的基礎。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	1. 透過不同的情境解決二位數的加法問題	1-1 在「併加型」和「添加型」的情境中解決二位加一位不進位問題。 1-2 在「比較型」的情境中解決一位加二位不進位問題。	觀察 發表 作業(學習單)
二		1-3 透過具體操作，解決二位加一位及一位加二位進位問題。	觀察 發表 作業(學習單)
三 (本次演示)	2.能理解「10」和「1」兩個計數單位的意義。	2-1 透過操作活動，由不同解題策略中發展累 10 的計算策略。 2-2 透過操作積木及圖像表徵，理解「10」和「1」兩個計數單位所代表的意涵。	操作 發表 作業(學習單)
四	3.能知道二數相加的順序不影響和。	3-1 藉由算式與題意的連結，察覺二數相加時順序不影響計算的結果。	觀察 作業(學習單) 發表

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

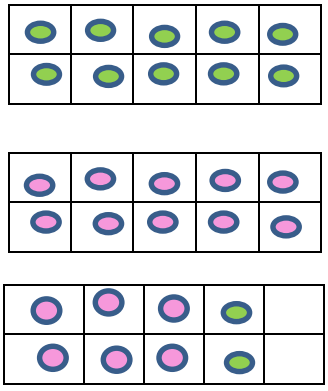
活動目標	對應的學習活動
2-1 透過操作活動，由不同解題策略中發展累 10 的計算策略。	2-1-1 透過裝麻糬 10 個裝一盒的過程，發展累 10 的計算策略。 2-1-2 學生藉由算式的分享，提供不同的解題策略。
2-2 透過操作積木及圖像表徵，理解「10」和「1」兩個計數單位所代表的意涵。	2-2-1 透過操作白色積木和橘色積木，能認識「10」和「1」兩個計數單位，並運用二個計數單位進行運算。 2-2-2 從白色積木換橘色積木的過程，知道 10 個「1」可以換 1 個「10」，初步感受聚 10 的意義。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念聯結	T1: 學生能察覺生活情境中的數學元素，並轉化為數學問題。(能知道二種口味的麻糬合起來是加法問題)

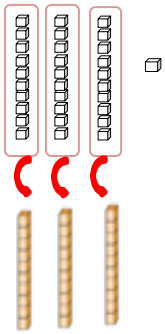
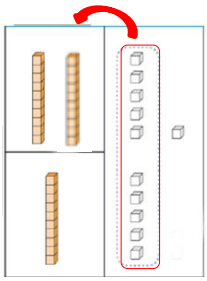
		T2:透過二位數加一位數的舊經驗銜接新的加法問題及算式。
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1:透過操作麻糬 10 個裝一盒的過程，發展累 10 的計算方法。 D2:藉由不同的算式呈現，察覺加法可用合成、分解或同數相加的方式進行各種策略的解題。 D3:能和同學說明並溝通加法算式及算式所代表的意義。
得	■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1:能察覺買二項物品恰巧組合 45 元的方法，並說明算式的意義及合理性。 G2:享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣。 G3:藉由同儕的分享提升解題能力，並欣賞多元與創新的思考角度。

(三)學習活動的設計

活動目標	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間（分）	對應素養導向教學設計要點 （轉 T、做 D、得 G）
2-1-1	【活動一】買麻糬 教師布題： 學校舉辦園遊會，小花買了 12 顆抹茶麻糬和 16 顆草莓麻糬，小花共買了多少顆麻糬？ 1.教師準備綠色及粉紅色的花片代表麻糬，並以 10 格卡表示盒子，請學生將全部的麻糬裝進盒子裡。 學生活動：學生兩人一組，將麻糬依序放進 10 格卡中  教師提問：說說看，麻糬總共有多少顆？用算式怎麼記呢？ 學生回答： (1)1 盒有 10 顆，2 盒共有 20 顆，還有 2 顆抹	教師說明綠色花片代表抹茶麻糬，粉紅色的花片代表草莓麻糬，並以 10 格卡表示盒子。 此時為操作與算式的連結，教師應鼓勵學	8 分	T1 情境問題轉化:學生能察覺生活情境中的數學元素，並轉化為數學問題。 T2 新舊經驗銜接:透過二位數

2-1-2	茶和 6 顆草莓麻糬合起來共是 28 顆。 10+10=20　6+2=8　20+8=28 (2) 先算 12 顆抹茶的麻糬，再加 1 盒草莓麻糬 10 顆共是 22 顆，最後再加上 6 顆草莓麻糬所以是 28 顆。 12+10=22　22+6=28 (3)裝了 3 個盒子共 30 顆，其中一盒沒有裝滿，還少 2 顆，總共 28 顆 10+10=20　20+8=28 教師提問：還有沒有其他的算法呢？說說看，哪一種算法比較清楚呢？ 學生回答： (1)一個一個數容易數錯，用一盒 10 個一數的的方法比較清楚。	生將想法用算式詳細記錄下來 學生先算完整的 1 盒有 10 顆，總共有 2 盒，再算剩下不滿 1 盒的麻糬。 學生若出現減法，記成 30-2=28 並用向下數的策略算出答案，教師應該允以贊同，若未出現則不討論。 老師鼓勵學生是否還有其他想法，以發展多元的解題策略。 教師引導學生察覺累 10 的算法比一一點數的方式清楚。		加一位數的舊經驗銜接新的加法問題及算式。 D3 數學語言溝通:能和同學說明並溝通加法算式及算式所代表的意義。
2-2-1	【活動二】數積木 小芳有 16 個積木，家家又給他 15 個積木，他現在有多少個積木？把你的做法用算式記錄下來。 1. 教師發下 40 顆白色積木和三條橘色積木，學生二人一組依據題意分別拿出小芳和家家的積木數量。 學生活動：學生依據題意兩人一組操作積木並將做法記錄下來，並上台發表作法： 作法一： (1)學生先拿出小芳的 16 顆色積木，再拿出家	學生可能發展以「1」及以「10」作為二種不同計數策略，教師可提供白色與橘色二種積木，讓學生自由發揮。	20 分	

2-2-2	家的 15 顆積木再一一點數。  小芳的積木　　家家的積木 (2) 用點數的方式學生寫出算式： 16+15=31 (3)先算 15 個加上 15 個是 30 個，再往上數 1 個是 31 個積木 15+15=30 30+1=31 作法二： (1)學生拿出 1 條橘色積木和 6 個白色積木，表示小芳的積木數量，再拿出 1 條橘色積木和 5 個白色積木表示家家的 15 顆積木，再進行 10 和 1 的計數  小芳的積木　　家家的積木 (2)先算 2 條橘色積木是 20 個，再往上數 11 個白色積木所以是 31 個積木。 10+10=20 20+11=31 (3) 先算 2 條橘色積木是 20 個，再將 10 個白色積木換成 1 條橘色積木，還有 1 顆白色積木。 10+10=20 20+10=30 30+1=31 2. 教師在黑板呈現白色積木和橘色積木圖像，並請學生排排看，1 條橘色積木和多少個白色積木一樣長？1 條橘色積木代表多少呢？ (學生發現 1 條橘色積木和 10 白個積木一樣長，所以 1 條橘色積木代表的是 10。) 3. 教師呈現作法一的圖示。	若學生只有寫出 16+15=31 的算式，教師要進一步引導學生說明他的算法，並嘗試將想法記錄下來。 除了算出答案，教師還要引導學生說明每一算式所代表的意義。 教師引導學生拿出白色積木排排排看，知道 1 條橘色積木與白色積木的關係。		D3 數學語言溝通:能和同學說明並溝通加法算式及算式所代表的意義。 D2 解題策略探究：思考不同的計算策略進行解題。

	教師提問：如果將 31 個白色積木都換成橘色積木可以換幾條？是幾個 10 和幾個 1 呢？  學生回答： 每 10 個白色積木可以換一條橘色積木，共換 3 條橘色積木，還有 1 個白色積木，是 3 個「10」和 1 個「1」。 4. 教師呈現作法二的圖示。 教師提問：數數看，橘色積木和白色積木合起來共有多少個積木？也就是幾個十和幾個一呢？  學生回答： 共有 31 個積木，是 3 個「10」和 1 個「1」。 ✪教師與學生共同歸納： 如果全部用白色積木一個一個數，容易數錯，當白色積木超過 10 的時候，可以換成橘色積木計算比較清楚。	換積木的過程中，教師要實際將 10 個白色積木拿掉換成 1 條橘色積木。若是以圖像呈現，則要將 10 個白色積木圈起來 學生能察覺聚「10」的重要性		D1 概念操作理解:藉由 10 個白色積木換橘色積木的過程初步感受聚 10 的意義。 D1 概念操作理解:藉由 10 個白色積木換橘色積木的過程初步感受聚 10 的意義。

2-3-1	【活動三】逛園遊會 教師布題： 下面是園遊會攤位賣的物品價錢，小芳帶了 45 元剛好用完，他可能買了那些東西？把你的做法用算式寫出來。 1. 教師發下學習單，學生四人一組討論，觀察物品的價錢，買哪些物品剛好是 45 元 。 2. 分組上台發表購買的物品及做法，並且清楚說明算式的意義。	本活動答案不只一組，重點在於培養學生的數感，一方面也在於檢核學生是否能熟練應用「10」和「1」二個計數單位快速計算，並發展多元的計算策略。 學生能清楚說明二位數加法算式的意義。	12 分	G1 思考能力提升:能察覺買二項物品恰巧組合 45 元的方法，並說明算式的意義及合理性。 G2 解題態度培養:享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣。 D3 數學語言溝通:能和同學說明並溝通加法算式及算式所代表的意義。 G3 共同學習增能:藉由同儕的分享提升解題能力，並欣賞多元與創新的思考角度。

品名	 冬瓜茶	 玩偶	 包子	 彈珠汽水
價錢	16 元	27 元	18 元	29 元

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：加減乘兩步驟問題　　授課年級：二 年級
本節教學主題：加減乘兩步驟的應用　　設 計 者：鄭惠娟
節數：共 5 節，教學設計為第 5 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1. 能在具體情境中理解並解決乘加或乘減兩步驟問題。
2. 能在具體情境中理解並解決加乘或減乘兩步驟問題。
3. 能在圖示的具體情境中理解並應用加減乘兩步驟算式解決問題。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-I-5 能在具體情境中，解決簡單兩步驟應用問題。	N-2-8 兩步驟應用問題(加、減、乘)。加減混合、加與乘、減與乘之應用解題。不含併式。不含連乘。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 學生已理解乘法的意義，能使用×、＝做橫式紀錄，並解決生活中的問題。 2. 能在具體情境中，解決兩步驟問題(加與減，不含併式)。	1. 學生對數量與算式之間的關係不清楚。 2. 無法判斷「先算什麼、再算什麼」來進行兩步驟列式。 3. 對圖示表徵與算式之間的轉換不熟悉。

(二)教材研究分析

本單元為加乘、減乘兩步驟應用問題(不含併式)，學生在二上時學習乘法概念，且已有兩步驟加減(不含併式)的學習經驗。在兩步驟問題中，學生對於併(添)加或拿走型問題結合乘法較容易理解，因為可用前後的時間差幫助學生理解題意，了解何者先算、何者後算。學生對於比較型加減問題結合乘法情境則較易產生困難，因為兩量在比較時，基準量是可以互換的，A 比 B 小，也就是 B 比 A 大。因此學生容易混淆兩量之間的關係。因此在進行應用問題的情境解題時，要強調波利亞的解題四步驟，帶領學生澄清題意、擬定計畫、執行計畫及驗算與回顧。

另外，因為從生活情境直接轉化為抽象的數學符號常常讓學生覺得困難，因此本節課的課程設計嘗試強化從半具體的「圖像表徵」轉化為抽象的「數學符號」的角度切入設計活動。圖示對學生來說是可視的、較具體的，希望透過觀察圖示中的規律，幫助學生簡化複雜的計算。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	1. 能在具體情境中理解並解決乘加或乘減兩步驟問題。($(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{C})\pm\mathbf{B}$**問題**，不需併式)	1-1 能理解具體情境中的先乘再加或減兩步驟問題中的【先乘再併(添)加型】或【先乘再拿走型】問題，並能以兩步驟列式解題。 1-2 能理解具體情境中的【先乘再併(添)加型】或【先乘再拿走型】問題的減數或加數未知題型，並能以兩步驟列式解題。	觀察 發表 作業(學習單)
二		1-3 能理解具體情境中的先乘再加或減兩步驟問題中的【先乘再比較型加法】或【先乘再比較型減法】問題，並能以兩步驟列式解題。 1-4 能以乘加或乘減兩步驟算式進行數學故事擬題。	觀察 發表 作業(學習單) 擬題
三	2. 能在具體情境中理解並解決加乘或減乘兩步驟問題。($(\boldsymbol{A}\pm\mathbf{B})\times\boldsymbol{C}$**，不需併式**)	2-1 能理解具體情境中的先加(或減)再乘兩步驟問題中的【先併(添)加再乘】或【先拿走再乘】的問題，並能以兩步驟列式解題。 2-2 能理解具體情境中的先加或減再乘兩步驟問題中的【先比較型加法再乘】或【先比較型減法再乘】的問題，並能以兩步驟列式解題。	觀察 發表 作業(學習單)
四		2-3 能以加乘或減乘兩步驟算式進行數學故事擬題。 2-4 能觀察及比較【先乘再加或減】的兩步驟問題與【先加或減再乘】的兩步驟問題情境或算式之間的不同。	觀察 發表 作業(學習單)
五 **(本節演示)**	3. 能在圖示的具體情境中理解並應用加減乘兩步驟算式解決問題。	3-1 能觀察圖示並理解圖示與算式之間的關係。 3-2 能運用算式與圖示之間的關係解決問題。	觀察 發表 作業(學習單)

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標	對應的學習活動

3-1 能觀察圖示並理解圖示與算式之間的關係。 3-2 能運用算式與圖示之間的關係解決問題。	3-1-1 能觀察生活情境(圖示)並能擬定算式以計算圖示的量。 3-1-2 能將擬定的算式在生活情境(圖示)中代表的意義說明給同學聽。 3-2-1 能將抽象的算式轉換為具體的生活情境(圖示表徵)。 3-2-2 能將擬定的具體的生活情境(圖示表徵)和算式之間的關係說明給同學聽。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 □ T2 新舊經驗銜接 ■ T3 數學概念聯結	T1：將具體生活情境(班級座位)轉化為抽象的兩步驟算式，以解決生活問題。 T3：能說明擬定的兩步驟算式在生活情境中(座位的行列模式)所表示的意義。
做	■ D1 概念操作理解 □ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：透過圖示表徵說明擬定的算式的意義。 D3：能和同學說明並溝通擬定的算式代表的意義。
得	■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 □ G3 共同學習增能	G1:透過觀察生活中的具體情境，思考如何擬定算式以解決問題，並能以圖示表徵說明算式的合理性。 G2：能理解並欣賞其他同學提出的多元解題方式，並能對不同的方式進行比較。

(三)學習活動的設計

活動目標	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
	◎數學繪本《阿曼達的瘋狂大夢》在本單元之使用說明： 此繪本主要在建立學生乘法概念，宜在進行初步的乘法概念時開始使用。本節活動為續用繪本中的瘋狂數學大夢的有趣情境，並非於本單元教學時才導入此乘法繪本。			
	【暖身活動(確認舊經驗)】 1. 學生個別活動：請你幫數數女王阿曼達用乘法算算看學習單上的兩題(附件一學習單)。	教師先確認學生的相關概念。(乘法交換律及兩步驟問題)	7 分	
	【活動一】綿羊教室 1. 問題情境：阿曼達夢到綿羊	提醒學生可運用已學過的乘		

3-1-1

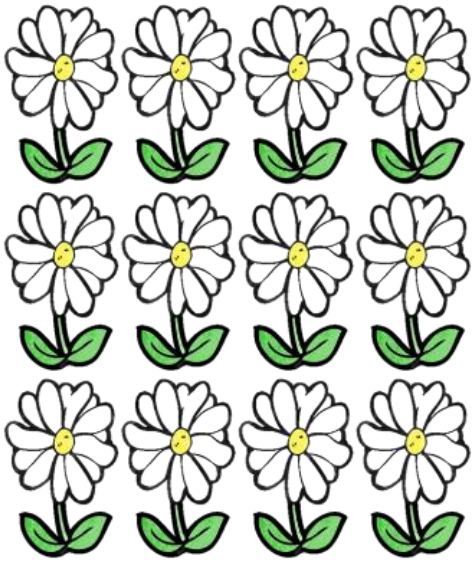
3-2-1

【數數女王阿曼達】的挑戰

班級：___年___班　姓名：_____

1. 花園裡種了許多花如下圖。請你圈圈看，再列出不同的乘法算式計算總共有幾朵花。

2. 第一種算法：　　第二種算法：



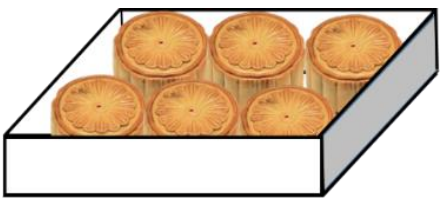
(　　)×(　　)=(　　)　　(　　)×(　　)=(　　)

答：共有(　　)朵花。

3. 一盒月餅有 6 個，媽媽買了 3 盒，被哥哥吃了 4 個，還剩下幾個月餅？

先算：

再算：

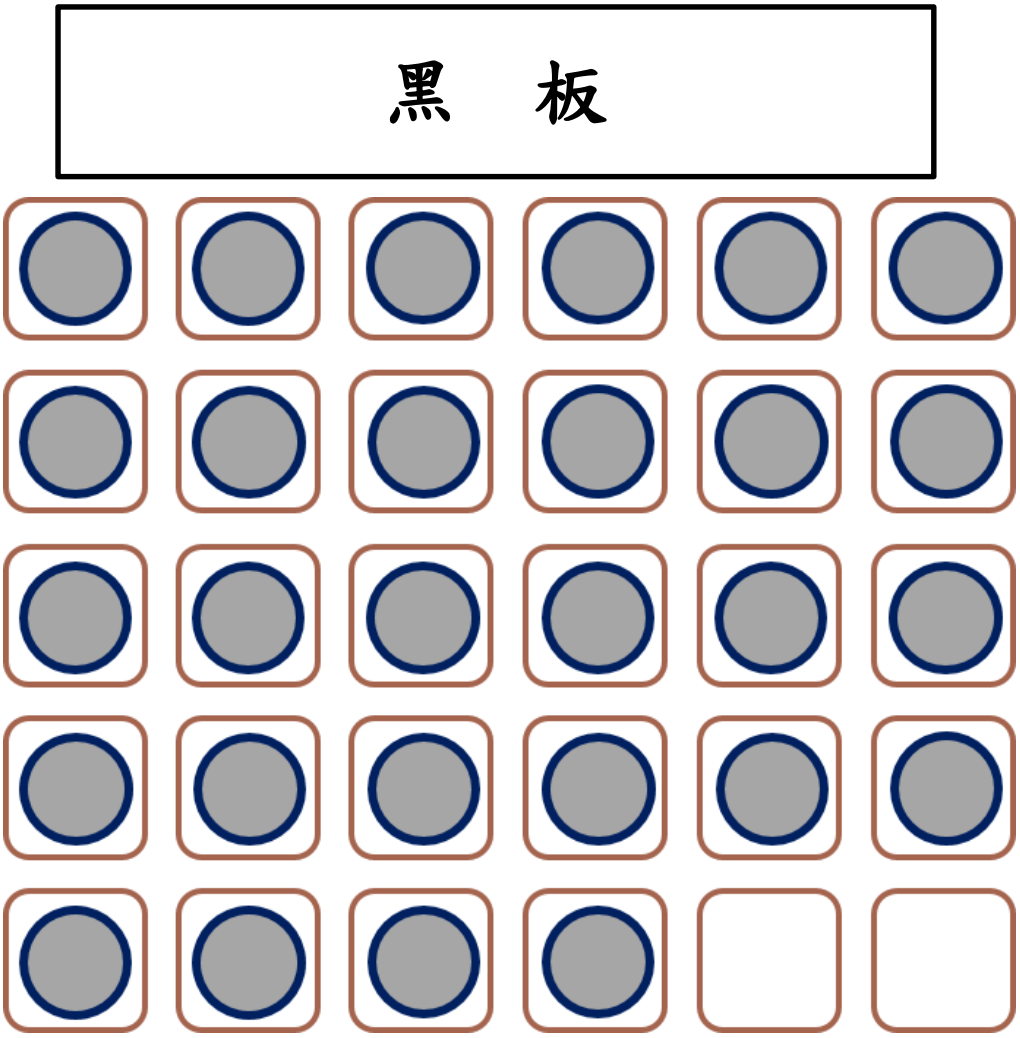


答：共有(　　)個月餅。

附件二 學習單

綿羊教室座位圖

班級：___年___班　姓名：_____&_____



◎有沒有其他的計算方式呢？請你們在上圖中畫出你們的想法，並寫出算式：

附件三 學習單

班級：___年___班　姓名：_____&_____

◎走進松鼠教室，阿曼達寫的算式是：

$$3+2=5$$

$$5\times4=20$$

請你們畫畫看，松鼠教室的座位可能是怎麼排的？

松鼠教室座位圖

黑　板

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：幾公尺　　授課年級：二年級
本節教學主題：以 1 公尺為單位進行實測及估測　　設 計 者：馬恬舒
節數：共 4 節，教學設計為第 1、2 節　　社群成員：新北市國小數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1.在具體情境中認識新的測量單位～1 公尺。 2.以 1 公尺為單位進行實測及估測。 3.進行公尺和公分的關係及換算。 4.進行長度的加減計算。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-I-7 理解長度及其常用單位，並做實測、估測與計算。	N-2-11 長度：「公分」、「公尺」。實測、量感、估測與計算。單位換算。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 認識長度的公制單位～公分。 2. 能使用公分刻度尺測量物件長度(含斷尺、公分刻度尺不夠長等)。	1. 操作活動產生測量誤差—重疊、未接合、曲線、紙未拉直……。 2. 尚未建立 1 公尺的量感，使所估測的距離誤差較大。

(二)教材研究分析

本單元是「長度量」的單元，於一年級透過直觀比較、直接比較、間接比較，以及個別單位進行長度量的大小比較，並於二上引入公分刻度尺，利用公分刻度尺進行長度的實測及估測，因此，學生對於長度量的概念及操作並不陌生。

學生在先前的學習中，已能透過點數幾個白色積木，並應用公分刻度尺進行實測，在已具備「N 個 1 公分是 N 公分」先備經驗下，此次教學進一步學習新的公制單位——公尺，第一節課主要的教學設計構想是讓學生產生使用公尺測量的需求感，並以 1 公尺為單位實測教室一邊的長度，在實測的過程中，學生能連結公分刻度單位，自然地使用公尺及公分二階單位描述教室一邊的長，此時，再透過討論各組數據產生差距之原因，了解測量誤差的概念。第二節課結合學生在課間活動時間所進行的「望遠不凝視護眼健康操」活動，讓學生學習測量以自身為起點進行距離的估測及實測，並利用捲尺進行以 1 公尺為單位的刻度報讀，透過多次的實測及估測活動，培養

學生對公尺單位的量感。本節課後，學生測量家裡電視機的對角線及沙發至電視機的距離，完成學習單，評量學生使用公分刻度尺及公尺刻度尺，測量物品長度及距離之概念應用。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一 (本次演示)	1. 在具體情境中認識新的測量單位～1 公尺。 2. 以 1 公尺為單位進行實測及估測。	1-1 在具體情境下認識新的測量單位～1 公尺。 2-1 以 1 公尺為單位進行教室一邊長的實測。 2-2 了解各組測量誤差原因。	發表 實測 發表
二 (本次演示)	2.以 1 公尺為單位進行實測及估測。	2-3 尋找身體的 1 公尺。 2-4 以 1 公尺為單位進行距離的估測與實測。 2-5 進行公尺刻度尺之報讀。	操作 估測、發表 實測、發表、課後學習單
三	3. 進行公尺和公分的關係及換算。	3-1 了解 1 公尺是 100 個 1 公分。 3-2 認識公尺與公分的二階單位換算。	操作、發表 發表
四	4. 進行長度的加減計算。	4-1 以公尺為單位進行長度的加減計算，並以算式記錄。	發表

四、第 1～2 節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標	對應的學習活動
1-1 在具體情境下認識新的測量單位～1 公尺。	1-1-1 透過橘色積木長度測量之舊經驗，複習公分刻度尺的使用及長度離散化的概念。 1-1-2 以裝飾教室為情境，引入利用較大單位「1 公尺」進行測量之需求。
2-1 以 1 公尺為單位進行教室一邊長的實測。 2-2 了解各組測量誤差原因。	2-1-1 實際測量教室一邊的長度，進行學習遷移，將「N 個 1 公尺」描述為「N 公尺」，並記錄結果。 2-2-1 了解各組測量結果不同之原因，並討論要如何選擇並描述教室的長（結合舊經驗「大約是幾公分」，轉換為「大約是幾公尺」)。
2-3 尋找身體的 1 公尺。 2-4 以 1 公尺為單位進行距離的估測與實測。 2-5 進行公尺刻度尺之報讀。	2-3-1 以需求感為出發點，了解找出身體的一公尺後，便能隨時使用身體進行估測。 2-4-1 結合「望遠不凝視護眼健康操」之操作活動，至教室外進行以 1 公尺為單位距離的估測與實測。 2-5-1 利用捲尺測量各組估測的結果，並進行公尺刻度尺之報讀。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念連結	T1：將望遠不凝視活動的生活情境轉化為數學問題，讓學生實際到校園中進行測量。 T2：將公分刻度尺測量之舊經驗轉化為新概念，察覺要用較長的物品來量。 T2：轉化「距離」為「長度」的一種，並了解測量距離的起始點。 T2：連結「N 個 1 公尺合起來是 N 公尺」與公尺刻度尺之 間的關係
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：實際測量教室一邊的長度，進行學習遷移，了解 N 個 1 公尺合起來是 N 公尺，並進行公尺刻度尺的報讀。 D1：測量出身體的一公尺，並用以估測距離。 D2：透過各組測量結果之不同，討論並了解工具的使用及測量會造成誤差。 D3：能和同學說明，並能溝通測量的結果。
得	□ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G2：透過策略的修正提升測量的準確度。 G3：透過分享測量的結果，尊重解題的多元想法，進而欣賞數學之美。

(三)學習活動設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
1-1-1	【活動一】導入—複習公分刻度尺的使用方式 (一)教師提問：「上學期我們量過橘色積木的長度，你知道一條橘色積木是幾公分嗎？說說看，你是怎麼知道的？」 (學生個別舉手發表)	教師確認學生對公分刻度尺的概念，知道公分刻度尺上和白色積木的一邊一樣長的地方就是 1 公分，以及 10 公分是由 10 個 1 公分合起來的長度離散化概念。 學生可能反應： 1. 橘色積木長度是 10 公分。 2. 和 10 個白色積木一樣長。 3. 用尺量，和 10 個 1 公分一樣長。	5 分	

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 （轉T、做D、得G）
1-1-2	【活動二】認識1公尺 (一)教師提問：「你們很會用尺量物體的長度呢！運動會快到了，我們要在教室走廊外面掛三角旗來裝飾，從教室的前面一直掛到後面，老師要準備多長的繩子呢？你會怎麼量教室一邊的長呢？」 （學生個別舉手發表）	教師向學生說明要測量教室的哪一邊，並清楚指出要從哪裡量到哪裡。 教師請發表的學生上台比比看要如何量，讓學生感受到測量工具與被測物的長度差異。 學生可能反應： 1. 用尺量(這裡的尺是公分刻度尺)、用橘色積木量、用桌上的墊板量…。 2. 發現要量很久，這些東西很不好用。	10分	
	教師追問：「那些東西太短不好量，那要怎麼辦？」 （學生個別舉手發表）	學生可能反應：要用長一點的東西來量。		
	(二) 教師說明：「數學家和你們想的一樣，覺得用1公分、1公分來量要量好久，用10公分、10公分來量也要量好多次，所以就發明了一個『秘密武器』。」	老師介紹秘密武器—1公尺長的紙條，在黑板上描出1公尺的長，並標示為「1公尺」。		T2新舊經驗銜接：察覺要用較長的物品來量。
	1.發下每人一條1公尺長的紙條，請學生用手指從紙條的一頭滑到另一頭，了解紙條的長是1公尺。 2.搭配動態表徵，請學生帶著紙條找出教室裡有哪些物品和1公尺一樣長。(如：書包櫃的這裡到那裡和1公尺一樣長。)	教師事先做好全班份數的1公尺長紙條，紙條上面無任何公分刻度。		
2-1-1	【活動三】實測教室一邊的長(測量長度為整公尺) (一)教師提問：「請各組量出教室的一邊有多長，並說說	此處之數據為舉例說明，教師以學生現場實際測量的數據結	23分	D1概念操作理解：透過實測教室

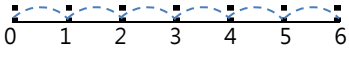
學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 （轉T、做D、得G）
	看你們是怎麼知道的。」（分組進行實測，教師巡視了解學生測量情形。）	果做提問及討論(本教案以8公尺為例)，目的在評量學生是否能進行學習遷移，由「N個1公分合起來是N公分」，了解「N個1公尺合起來是N公尺」的概念。老師需與學生溝通從教室的哪裡開始量，或尋找教室內整公尺的物品長度，如黑板等。 學生測量時可能產生誤差，而導致測量結果非整公尺，在總長為8公尺的情況下，誤差在±20公分內，應該都是可接受的；而學生亦可能會連結以公分測量的舊經驗，發展出同時以公尺及公分描述長度的說法，如：「7公尺又90公分」，或「7公尺＋90公分」，或「7公尺多了90公分」…上述說法教師皆應予以接受。 學生可能反應： (1)教室大約是8公尺，我們是用8個1公尺接起來的。 (2)我們用7個1公尺，發現不夠長，但是又比8公尺短一點，所以拿尺來量，教室比7公尺多了90公分。 (3)教師比8公尺短一點，我們再拿尺來量，發現不夠10公分，所以教室一邊長是8公尺少10公分。		一邊的長，了解N個1公尺合起來是N公尺。 D3數學語言溝通：能和同學說明，並溝通測量的結果。
2-2-1	(二)各組說明測量結果，教師一一記錄於黑板上，和全班討論各組數據不同的可能原因，以及教室一邊長要如何描述。 教師提問：	教師引導學生了解測量方法及		G3共同學習增

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 （轉T、做D、得G）
	1.「各組量的都是一樣的地方，為什麼測量出來的結果不太一樣呢？」	測量物本身皆可能是導致測量誤差的原因。 ⊙學生可能反應： 1. 工具使用的不同，有人只用秘密武器1公尺來量，有人還有加上用公分量。 2. 有些組在量的時候沒有把紙條拉直，或把紙條重疊了(測量方法的誤差)。 3. 每一組量的位置有些許不同，如：有人把角落的凸起略去不量、有的組則有量…（測量物的誤差）。		能：透過分享測量的結果，尊重解題的多元想法，進而欣賞數學之美。 D2解題策略探究：了解測量結果不同的原因。
	2.請學生根據討論結果再測量一次，發現測量結果和上次測量的差異，並討論如何描述教室一邊的長。 教師提問：「再測量一次後，有人量出教室的長度是8公尺又10公分、有人量出7公尺又95公分…，我們要如何描述教室一邊的長度才會比較恰當呢？」 →教師引導學生用「教室的長『大約』是8公尺」來描述。	學生調整測量方式，使測量更精確。 學生可能反應： (1)堅持用自己那一組的數據描述教室一邊的長度。 (2)說明測量本來就會有誤差，各組量的數據都很接近8公尺，所以用8公尺來描述。		D2解題策略探究：透過各組分享策略，修正並重新測量 G2解題態度培養：透過策略的修正提升測量的準確度，並享受其帶來的樂趣。
	【教師總結】 1．根據物品的長度不同，我們可以選擇不同的尺來測量——比較短的物品可以用公分尺來量，比較長的可以用公尺來量。 2．每組測量出的數字雖然不一樣，但是長度差不多，我們可以用「大約是8公尺」		2分	

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
	來描述教室的長。 3.怎麼知道教室是8公尺呢？因為是「8個1公尺」合起來的。 ～～第一節完～～			
2-3-1	【活動四】尋找身體的1公尺 (一)教師說明：「我們每週都要做護眼健康操，等一下要到外面測量看看大家是不是都符合標準，請帶著上次發下來的1公尺紙尺。」 教師提問：「沒有帶尺就沒有辦法測量嗎？怎麼做才可以隨時都能測量呢？」 →教師引導學生用身體部分建立一公尺的量感。	學生可能反應：忘記帶。 學生可能反應：用身體量、用步伐量、用身體的一公尺量。 教師引導學生找出身體1公尺長的地方，並和學生討論要量哪裡到哪裡才會每次量都差不多是1公尺，且方便測量。(手平舉，從肩膀的一端當作起點，往手臂方向量出1公尺；從腳底往頭頂量出1公尺。)	10分	D1概念操作理解：測量出身體的一公尺。
2-4-1	【活動五】距離的估測與實測 (一)教師先播放護眼健康操錄音：「現在來做望遠不凝視護眼健康操，首先望向遠方左上角某一個點…」 教師說明：「遠方」是指超過6公尺的地方，多看綠色植物，勿直視陽光、勿用力看某個定點，放鬆眼部肌肉。 (二)老師帶學生到教室外估測並實測距離自己6公尺長		5分 10分	T1情境問題轉化：將生活情境中的望遠不凝視活動轉化為數學問題。

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 （轉T、做D、得G）
2-4-1

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
	工具——『捲尺』，我們用捲尺來檢驗各組的測量結果是否接近正確的位置。」 教師引導學生認識公尺刻度尺。	認識及報讀。		
	(1)「拿出1公尺秘密武器在捲尺上比比看，你發現了什麼？」 →教師引導學生發現1公尺秘密武器在公尺刻度尺上剛好與標示「1公尺」、「1m」的刻度對齊。	學生可能反應： 1. 從刻度0量到刻度100，剛好和一條1公尺長的秘密武器一樣長。 2. 一條1公尺長的秘密武器剛好對齊標示「1公尺」的那條線。 3. 一條1公尺長的秘密武器剛好對齊標示「1m」的那條線。		D1概念操作理解：認識並報讀公尺刻度尺。
	(2)「除了刻度0到1公尺之外，尺上還有哪裡也是剛好是1公尺。」 →教師引導學生發現公尺刻度尺上的1公尺的刻度線是從哪裡到哪裡，了解1公尺的長與刻度之間的連結關係。	學生可能反應： 1. 從刻度1m到2m，刻度2m到3m，刻度3m到4m…，這些都剛好是1公尺。 2. 從刻度1公尺到2公尺，刻度5公尺到6公尺，刻度33公尺到34公尺…，這些都剛好是1公尺。 3. 從刻度100到200，刻度200到300，刻度300到400…，這些都剛好是1公尺。(此時並不是在進行公尺與公分的換算，學生只是從刻度上的數字描述1公尺的刻度從哪個數字到哪個數字。)		
	(3)「將捲尺和剛剛在地上標記的記號比一比，想一想，記號的地方會是捲尺的哪裡？為什麼？」 →教師引導學生思考標記的	學生可能反應： 1. 做記號的地方會是捲尺的0、1公尺、2公尺…6公尺的地方，因為每一次1公尺秘密武器量，長都是1		

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 （轉T、做D、得G）
	記號與捲尺刻度的關係。	公尺，尺上的1公尺到2公尺、2公尺到3公尺、5公尺到6公尺也剛好長1公尺。 2. 做記號的地方會是捲尺的0、1m、2m…6m的地方，因為每一次用1公尺秘密武器量，長都是1公尺，尺上的1m到2m、2m到3m、5m到6m也剛好長1公尺。 3. 做記號的地方會是捲尺的0、100、200…600的地方，因為每一次用1公尺秘密武器量，長都是1公尺，尺上的100到200、200到300、500到600也剛好長1公尺。（此時並不是在進行公尺與公分的換算，學生只是從刻度上的數字描述1公尺的刻度從哪個數字到哪個數字。）		
	(4)「請各組在地上的標記記號上寫下數字0~6，我們一起來讀讀看。」 →教師帶領學生報讀公尺刻度尺，並再次連結「N個1公尺合起來是N公尺」的長度概念。	教師請學生將6個1公尺秘密武器排成如下圖的公尺刻度尺，再透過動態手勢，從刻度0畫向刻度1，口中說出「這裡到這裡是1公尺長」，重複此動作及口頭說明，從刻度1畫向刻度2…以此類推，直到刻度6。再透過手勢，從刻度0畫到刻度2，口中說出「這裡有2個1公尺，所以我們說從這裡到這裡是2公尺。」以此類推，建立「N個1公尺合起來是N公尺」的長度概念。  		T2新舊經驗銜接：連結「N個1公尺合起來是N公尺」與公尺刻度尺之間的關係

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
	(5)下次上課每個人將1公尺秘密武器帶來，我們要把各組的1公尺接起來，來做自己的公尺刻度尺。 【課後作業】 學生將公分刻度尺及1公尺的紙尺帶回，量量看家裡的電視對角線長度及電視到沙發的長度，並記錄下來。 註： 1. 需用圖示與學生溝通何謂對角線的長度。 2. 以現在常見的液晶電視來說，最適合的觀賞距離是電視對角線的2.5倍。			

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：認識平面圖形的周界及周長　　授課年級：　二　年級
本節教學主題：周界的認識　　設 計 者：吳偉全
節數：共 3 節，本節為第 1 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 在具體情境中認識圖形的內部、外部與周界。
2. 能利用工具及直尺測量出圖形的邊長，並計算出周長。
3. 能藉由討論覺察出特殊幾何圖形的邊長關係。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
s-I-1 從操作活動，初步認識物體與常見幾何形體的幾何特徵。 n-I-7 理解長度及其常用單位，並做實測、估測與計算。	S-2-1 物體之幾何特徵：以操作活動為主。進行辨認與描述之活動。藉由實際物體認識簡單幾何形體（包含平面圖形與立體形體），並連結幾何概念（如長、短、大、小等）。 備註：本條目之活動以實際物體為主。幾何特徵指非嚴格定義的頂點、角、邊、面、周界、內外。 S-2-3 直尺操作：測量長度。報讀 公分數。指定長度之線段作圖。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 學生先前已藉由操作活動能辨認簡單的平面圖形與立體形體，並能以幾何特徵適度進行分類。 2. 學生能操作直尺測量長度，並報讀所量測的公分數，也能畫出指定長度的線段。	1.對於圖形的判定產生迷思。 2.使用直尺進行測量時，對於工具的使用與刻度的報讀出現困難。

(二)教材研究分析

1.界定幾何圖形的「內部」、「外部」、「周界」於九年一貫課程中屬三年級的課程，現調整至二年級，教師於課堂進行引導時，不應直接宣告，應從學生熟悉的情境中發現各式簡單幾何圖形進行討論與辨認。
2.在區辨兩個幾何圖形的邊長與周界長度時，除了讓學生進行直觀的描述與比較時，應鼓勵學生以各式工具進行測量，再加以檢驗，如此當能使學生更能了解數學為驗證學科的事實。
3.在了解到不同工具測量同一邊長或周界後的結果，會造成溝通與認知上的歧異，因此更能讓學生體認到使用同一度量單位的重要性。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一 (本節演示)	認識簡單幾何圖形的內部、外部、周界。	1-1 能說出簡單幾何圖形的內部、外部、周界。 1-2 能知道非封閉性的圖形無法辨別內部、外部及周界。	觀察 發表 實作評量
二	測量簡單幾何圖形的邊長、周長	2-1 能思考與發展出使用生活中的工具測量出簡單幾何圖形邊長、周長的策略，並進行測量。 2-2 學生能使用直尺(公制單位)進行簡單幾何圖形的邊長、周長實測，並能正確紀錄。	觀察 發表 實作評量
三	認識特殊幾何圖形的邊長關係	3-1 能藉由討論活動，認識特殊幾何圖形的邊長關係。	發表 實作評量 學習單

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標	對應的學習活動
1-1 能正確分辨並說出簡單幾何圖形的內部、外部、周界。	1-1-1 透過投擲黏黏球的團體活動，引發學生對於分辨幾何圖形內部、外部及周界的需求關注。 1-1-2 藉由影片與圖片的討論，讓學生發現生活中需要分辨幾何圖形內部、外部及周界的具體情境。 1-1-3 介紹「沙壺球」的歷史與規則，並從遊戲中加強幾何圖形內部、外部及周界的認知。
1-2 能明白完整的幾何圖形才有辦法分辨內部、外部及周界。	1-2-1 藉由成語故事「亡羊補牢」，強化學生對於正確分辨幾何圖形內部、外部及周界的認知。 1-2-2 藉由磁鐵在三角鐵的相對位置，明白封閉性的幾何圖形無法明確辨別內部、外部及周界。

(二)素養導向的課程與教學

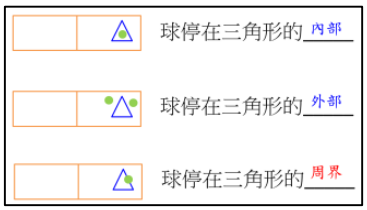
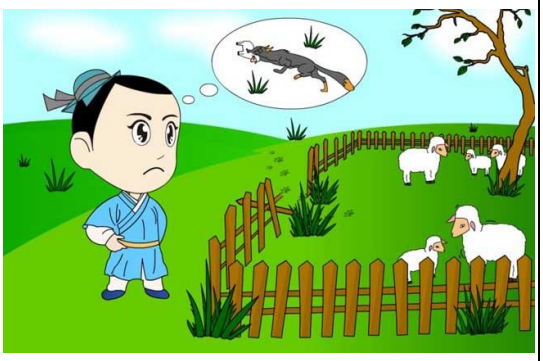
素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念連結	T1：引導學生將生活情境與遊戲情形中的待解問題進行覺察與思考。 T2：以生活中的實例、學生曾經玩過的黏黏球投擲遊戲引發學生對於辨認相關標的物位於幾何圖形相對位置的描述需求。

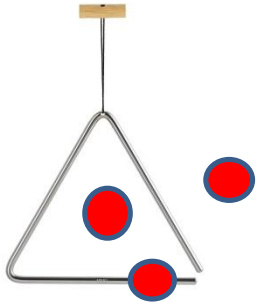
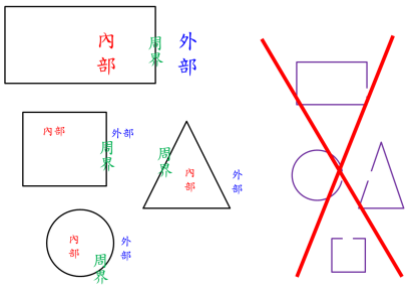
做	■ D1 概念操作理解 □ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：藉由改良式沙壺球遊戲中建立學生對於物品與幾何圖形的內、外部的直接經驗。 D3：從學生原有經驗中對於標的物位於幾何圖形相對位置的描述轉化為共通約定的「內、外部與周界」的數學語言描述。
得	□ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G2：以「沙壺球」相關藝術作品與比賽體驗，讓學生感受數學幾何圖形的素養，並發展出關心多元文化與數學語言的表徵方式。 G3：以「三角鐵」的教學實例，引導學生共同探索對於幾何圖形的封閉與否的意義。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
1-1-1	【活動一】擲準大賽 1.老師手持黏黏球，詢問學生是否玩過，嗣後老師於黑板上畫出一個圓形，並請一位學生站在講台下，持黏黏球投擲五次，由其他學生判斷是否投進，或未投進圓形的圖形內。 2.每投擲完一次，教師將球取下，並以彩色磁鐵代替球黏住的位置，並在一旁以數字表示投擲的序數。 3.待5次投擲完後，老師即引導學生進行討論。 教師提問： 1.剛剛甲同學投擲五次的黏黏球，分別落在圓形圖形的何處位置？請學生二人一組相互討論。 2.請學生說一說這五個磁鐵的位置。 →請學生依其經驗及討論後情形描述。	學生投擲黏黏球的落點會出現三種情形，即球落在圓形的內部、外部及周界上，唯此時學生在進行判斷時，可能會以自身經驗回答：「有投進和沒投進」。 經過討論後，學生可能出現的回答：黏黏球黏在圓形圖形的上面、裡面、左邊、右邊、線線上…等。此時老師不宜直接宣告「內部」、「外部」、「周界」等名詞。可和學生共同約定使用的名詞，例如：「裡面、外面、線上」，藉以引發學生的學習動機。	5分	T2 新舊經驗銜接：以學生熟悉的幾何形體及曾經玩過的投擲遊戲進行美球落點的位置判斷。 T1 情境問題轉化：以教師提問引發學生對於的判別內、外部的思考。 D3 數學語言溝通：由學生發表對於黏黏球落點的敘述
1-1-2	【活動二】正確分辨內、外部 1.教師播放以下圖片或短片： A.排球運動對牆高手托球的落球點判	通過相關的影片及照片觀看，加深學生對於圖形內、外部的印象。	5分	T2 新舊經驗銜接：以生活中的情境，提升

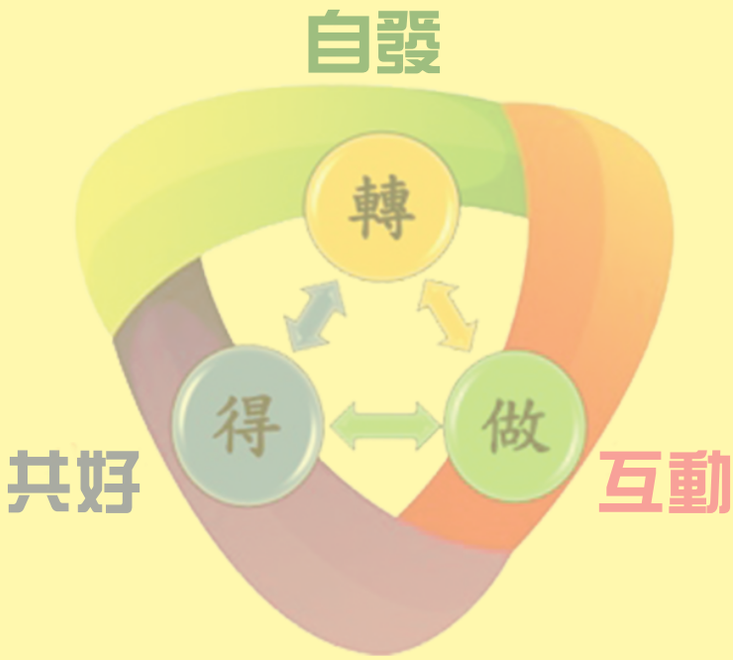
	斷。 B. 古早味童玩—打彈珠影片 C. 直升機降落的位置。 D. 停車 2. 請學生說說各個影片或照片的最後，有多少標的物品停留在各個幾何圖形的內部、外部(共同約定使用的名詞，例如：「裡面、外面、線上」)。 3. 教師小結班上同學對於標的物品停留在各個幾何圖形的內部、外部的描述，共同討論如何敘述會更容易說明、更有效表示。 →引出約定的用語：「內部」、「外部」、「周界」			學生對於幾何圖形內、外部、周界的描述需求。 D3 數學語言溝通：引導出約定的數學用語：「內部」、「外部」、「周界」
1-1-3	【活動三】沙壺球大賽 1. 以簡報方式介紹英國畫家約翰·納許(John Nash)等人的相關畫作以及沙壺球的比賽照片，讓學生認識起源於英國的傳統遊戲。  (圖片來源： https://fineartamerica.com/featured/1-playing-shuffleboard-on-board-a-german-mary-evans-picture-library.html) 2. 請學生 2 人一組，利用教室地板上的幾何圖形(正方形地磚)，或是共同繪製一個幾何圖形，當作目標區域，每人推三顆球(以象棋棋子代替)，進行簡易式的沙壺球比賽。 規則：停在目標區域(幾何圖形)內部的棋子即得 1 分。	配合簡報進行說明。 說明：十五世紀的英國宮廷，悠閒的貴族們，偶然發現推硬幣帶來的新奇、刺激，他們將硬幣滑向長桌另一端畫有界限或得分區域(幾何圖形)，藉以計算分數比較勝負。 可鼓勵學生於講台上或教室內平坦的地方進行。 教師可適度進行行間巡視，留意學生的比賽情形，以及學生對於判別每一球所使用的語言是否能與「內部」、「外部」、「周界」進行連結。	2 分 10 分 3 分	G2 解題態度培養：以藝術作品讓學生感受數學幾何圖形的素養 D1 概念操作理解：由推沙壺球的遊戲中建立物品與幾何圖形的內、外部的經驗。 D3 數學語言溝通：強化學生使用數學用

	3. 遊戲結束後，請學生說說看： (1)自己有__顆棋子停在內部，__顆棋子停在外部。 (2)是否有無法判斷的情形？ →棋子停在圖形三角形邊界上的情形，該怎麼說？ →引導學生認識「周界」。			語：「內部」、「外部」、「周界」
1-2-1	【活動四】：成語故事《亡羊補牢》 補充：老師講述《戰國策．楚策四》中的成語典故：《亡羊補牢》的故事，強化學生對於圖形「內部、外部與周界」的理解。 教師邊說故事的同時，於黑板上畫出一個長方形的羊圈，並以磁鐵代替羊隻，畫完後擦去一邊，代表破洞。  （圖片來源： http://www.qnong.com.cn/news/tupian/11695.html） 關鍵提問： 1. 當羊圈破了一個大洞，我們怎樣做才可以分辨內部和外部嗎？ 請學生發表想法。	使用成語故事主要用意在讓學生加強感受「非封閉」的幾何形體無法區分內外，因故事內容學生耳熟能詳，因此不刻意營造劇情效果，主要重點在於讓學生體會「補與不補」關係到羊圈是否完整，在不完整的情形下(非封閉)，羊圈內的羊及羊圈外的大野狼無明確的區隔。 學生可能回答：『要將羊圈補起來』或是『將羊移到別處』等情形，教師應適度引導學生就現有羊圈破掉的情形作檢視，並與「內部、外部及周界」的觀念作連結。	5 分	T1 情境問題轉化：透過成語故事轉化為內部、外部與周界的問題。 D3 數學語言的溝通：從學生原有經驗中對於標的物位於幾何圖形相對位置的描述轉化為共通約定的「內、外部與周界」的數學語言描述。
1-2-2	【活動五】缺了一角的三角鐵 1. 老師拿出一個三角鐵，並固定在黑板上。 2.使用磁鐵依序放置於不同的位置，如下圖：	學生對於三角鐵的實物形狀與幾何圖形三角形的連結可能會有迷思，此時可適度忽略立體特性，將其看做 2D 的平面圖形。	5 分	T1 情境問題轉化：藉由三角鐵的實物，引導學生留意到非封閉的圖形無法區分「內部」、「外部」、「周界」

	 3. 請學生相互討論，這三個磁鐵是位在三角鐵的什麼位置。 →學生可能沒有發現到三角形已經變成「非封閉的」情形，因此可能回答的情形：『這三個磁鐵分別位在三角鐵的內部、外部與周界上。』 教師提問： 如何分辨圖形的內部和外部？ 學生可能回答：內部和外部是用圖形的周界來分辨的，如果周界不完整，這個圖形也就不完整，就無法明確分辨內部和外部了。 4. 教師於黑板上畫出另一個完整的三角形，並放置彩色磁鐵於內、外部和周界，供學生進行確認。		3 分	D3 數學語言溝通：由活動三的經驗來針對標的物的位置的描述。 G3 共同學習增能：引導學生共同探索幾何圖形的封閉與否的意義。
1-2-2	歸納總結： 教師以簡單幾何圖形為例，請學生分辨這些圖形的內部、外部與周界。		2 分	D3 數學語言的溝通：從學生原有經驗中對於標的物位於幾何圖形相對位置的描述轉化為共通約定的「內、外部與周界」的數學語言描述。

數學素養導向教學活動設計示例

中年級






自發
轉
得
做
共好
互動

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表 107.12.28

單元名稱：統計圖表　　授課年級：四 年級

本節教學主題：認識長條圖　　設 計 者：馬恬舒

節數：共 4 節，本節為第 1 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 認識、報讀長條圖，並進行製作。
2. 認識並報讀折線圖。
3. 認識並報讀複雜的統計圖。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
d-II-1 報讀與製作一維表格、二維表格；報讀長條圖與折線圖，並據以做簡單推論。	D-4-1報讀長條圖與折線圖：報讀與說明生活中的長條圖與折線圖。配合其他領域課程，學習製作長條圖。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 能報讀生活中常見的一維表格。 2. 能報讀生活中常見的二維表格。	1. 對於設定縱軸組距的大小產生困難。 2. 對於報讀複雜統計圖上之資訊產生困難。

(二)教材研究分析

本次教學以四年級「統計圖表」單元中，有關「認識長條圖」的部分進行。在九年一貫 97 年綱要四年級分年細目中提及「統計圖的學習分成兩階段，先學習如何報讀已經製作好的統計圖，再學習如何將資料製作成統計圖」、「統計圖表的功能在於藉由圖表，整理雜亂的原始資料，可以簡明的掌握整筆資料的重點。」而在 12 年課綱學習內容中，除了報讀外，還需進行長條圖的製作。

依據九年一貫 97 年課程綱要統計主題之內容，學生在一年級時，將資料分類並以統計表呈現紀錄的結果，三年級學習一維表格與二維表格的報讀，將處理過的資料用適當的方式呈現，並從表格中了解隱含資訊的意義，四年級的學習重點則在於統計圖的報讀。

統計方法大致包含四個步驟，分別是**蒐集資料、整理資料、呈現資料與解釋資料**；課程綱要中統計內容之學習，著重於統計的方法與數字計算，統計內涵中的數學思維固然重要，然而，周筱亭等(2002)認為「學習統計的目的不只是單純地計數資料成為統計量，也不僅是技術性的將資料描繪成統計圖表，統計的真正內涵在於透過整理資料、描述現象與透過分析來解釋現象。」而張英傑、周菊美(2005)亦指出「當學生能夠訂定他們想要問的問題時，他們蒐集的資料就會變得更有意義，他們對於資料的組織和分析方法的選擇，存有某個目的。」那麼，四年級統計圖之學習，是否也應該包含問題的提出及目的，以及如何蒐集資料及整理資料之歷程？

因此，對於本節教學，進行如下的思考與設計：

學生於一、三年級學習統計的舊經驗，是先將資料進行分類，利用統計表呈現並解釋數據，本單元則是利用統計圖呈現資訊並進行報讀。然而學生在本單元進行之前，不論在日常生活或是其他領域的教科書中，都已見過、甚或報讀過統計圖；因此，對四年級學生而言，簡單統計圖的報讀應非難事。故本節課之設計，一開始以學生在社會科學習過的統計圖引入，讓學生察覺數學與其他領域之連結關係，之後利用未標示縱軸及橫軸之長條圖及原始資料，讓學生透過兩者間的比對及報讀，知道橫軸標示的是資料的種類，而縱軸標示的是數量，並初步了解組距的概念。而後再次檢視原始資料，讓學生經驗所蒐集的資料與所要解決的問題兩者間的關聯，了解依據不同的目的，可從資料中擷取所需要的資訊，以製成各種類別項目相異的長條圖，來解決不同的問題。最後，利用數學大挑戰進行先評量、後討論的活動，提醒學生在報讀時需注意組距，培養閱讀統計圖表之素養。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一 （本次演示）	1. 認識並報讀長條圖。	1-1從長條圖中提取訊息，並進行報讀，初步察覺長條圖上呈現的資訊。 1-2從複雜資訊中，提取重要訊息，了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性，並知道長條圖要有縱軸、橫軸及圖名。 1-3與原始資料表格進行比較，了解製成長條圖較容易看出各項數值的大小。 1-4了解如何從原始資料中擷取需要的資訊以解決問題。	觀察 上課問答 操作 發表 學習單
二	2. 製作長條圖。 3. 認識省略符號。	2-1認識橫向的長條圖，了解將長條圖的「類別線」與「數線」的位置互換，就變成型態不一樣的橫向的長條圖。 2-2設定調查主題、蒐集資料，繪製成長條圖，了解組距大小的設定方式。 3-1認識省略符號，了解其對資料解讀之影響。	觀察 上課問答 調查 製作 發表 學習單
三	4. 認識並報讀折線圖。 5. 了解長條圖與折線圖使用的時機。	4-1進行折線圖之報讀，了解折線圖上的各點，是標示出數量的多寡，並將各點用線段依序連結起來。 4-2了解可從折線圖中折線的上升或下降，推斷或預測數量間的變化。 5-1比較長條圖和折線圖的類別項，了解折線圖類別項的排列順序變動，會改變資料的趨勢變化。 5-2判斷長條圖與折線圖使用的時機。	觀察 上課問答 操作 發表
四	6. 報讀複雜的統計圖。	6-1認識並報讀各種複雜長條圖及折線圖。	觀察 上課問答

		6-2檢視生活中統計圖之使用(如：社會課本、報章雜誌…)。	操作 發表

四、第 1 節課的學習活動

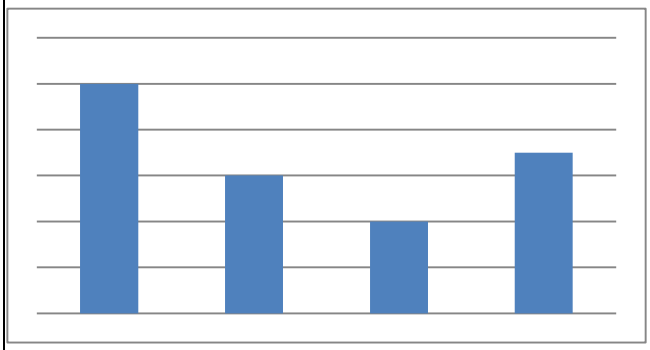
(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
1-1從長條圖中提取訊息，並進行報讀，初步察覺長條圖上呈現的資訊。	1-1-1 從學生報讀社會課本中的統計圖舊經驗引入，察覺長條圖上呈現的資訊，以進行長條圖的學習。
1-2從複雜資訊中，提取重要訊息，了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性，並知道長條圖要有縱軸、橫軸及圖名。	1-2-1 提供未標示橫軸及縱軸之長條圖，學生檢視長條圖與原始資料間的關係，察覺要在長條圖上標示數量及類別。 1-2-2 透過長條圖與原始資料的對應，了解縱軸的每一格所代表的數量大小要一樣多。 1-2-3 透過學生上台發表，說明長條圖「縱軸」、「橫軸」的名稱以及圖名。
1-3與原始資料表格進行比較，了解製成長條圖較容易看出各項數值的大小。	1-3-1 透過長條圖與原始資料的對應，了解長條圖能使數據圖像化，使資訊一目了然。
1-4 了解如何從原始資料中擷取需要的資訊以解決問題。	1-4-1 再次檢視原始資料，學生了解依據不同的目的，可擷取所需要的資訊，製成不同類別項目的長條圖。

(二)素養導向的課程與教學

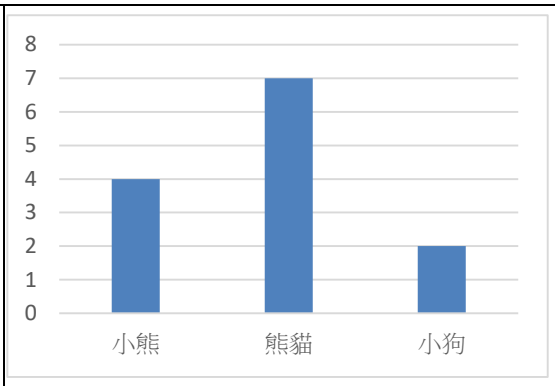
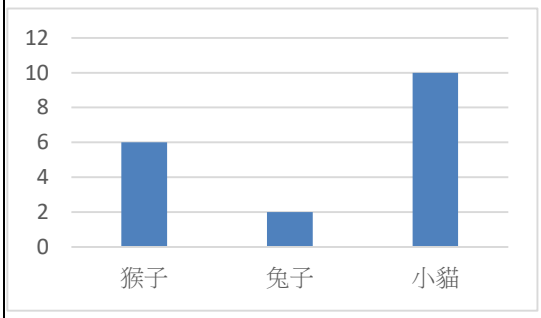
素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念聯結	T1：結合學童社會領域報讀圖表之經驗，察覺其他領域與數學學習之關聯。 T1：結合學童生活經驗，判讀資料並了解所蒐集資料與待解決問題之關聯。 T2：利用長條圖報讀之舊經驗，找出相符之資料。
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：透過長條圖與複雜表格之對照，了解橫軸標示的是類別、縱軸標示的是數量，以及組距的概念。 D2：思考探究圖與表之關係的策略或方法。 D3：透過長條圖、橫軸、縱軸等數學語言進行溝通。
得	■ G1 思考能力提升 □ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1：透過長條圖與複雜表格之對照，聆聽各種策略及方法，提升數學思考的能力。 G1：思考組距大小對資料呈現樣態之影響。 G3: 透過共同討論，尊重並欣賞不同的想法，互相學習增能。

(三)學習活動的設計

<table>
<tr><th>學習活動</th><th>教學流程與主要布題</th><th>學生可能反應
教學策略介入與評量</th><th>時間</th><th>對應素養導向教學設計要點（轉T、做D、得G）</th></tr>
<tr><td>1-1-1</td><td>導入活動–由社會科報讀統計圖之舊經驗引入
◆教師提問:
1. 在社會課本看過這種圖，說說看你從圖中讀出了哪些訊息？
2. 除了社會課本之外，你還看過哪些相似的圖？
3. 像這樣把數量用圖象方式呈現出來的圖，稱為什麼圖呢？(板書：統計圖—長條圖)
4. 今天，我們要來深入探討長條圖的祕密。</td><td>教師準備雨量統計長條圖
此部分為連結學生在社會科報讀圖表之舊經驗
學生可能回答「統計圖」、「長條圖」，教師依據學生回答，說明本節要學習的長條圖是統計圖的其中一種。</td><td>5 分</td><td>T1 情境問題轉化：結合學童社會領域報讀圖表之舊經驗，察覺與數學學習之關聯。</td></tr>
<tr><td>1-2-1</td><td>開展活動一–從複雜資訊中提取重要訊息，藉以了解長條圖的縱軸及橫軸之重要性
◆教師說明：「小昌在健康中心看到一個長條圖，護士阿姨說這是根據上個月快樂國小學生受傷處理記錄表所整理出來的，請各組根據所拿到的記錄表，討論這張長條圖是記錄哪一種情形的統計圖。」
 
107 年 10 月快樂國小學童受傷處理記錄表
<table><tr><th>序號</th><th>日期</th><th>班級</th><th>姓名</th><th>受傷部位</th><th>受傷類型</th><th>地點</th><th>原因</th></tr><tr><td>1</td><td>10/1(一)</td><td>401</td><td>小明</td><td>膝蓋</td><td>擦傷</td><td>操場</td><td>跌倒</td></tr><tr><td>2</td><td>10/2(二)</td><td>308</td><td>小花</td><td>牙齒</td><td>斷裂</td><td>走廊</td><td>奔跑</td></tr><tr><td>3</td><td>10/2(二)</td><td>406</td><td>小怡</td><td>頭</td><td>撞傷</td><td>走廊</td><td>奔跑</td></tr><tr><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td></tr><tr><td>27</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td><td>…</td></tr></table></td><td>教師發下學生傷病記錄長條圖及表格(各組一張)</td><td>15 分</td><td>T2 新舊經驗銜接：利用長條圖報讀之舊經驗，從表格中找出與長條圖相符之資料。</td></tr>
</table>

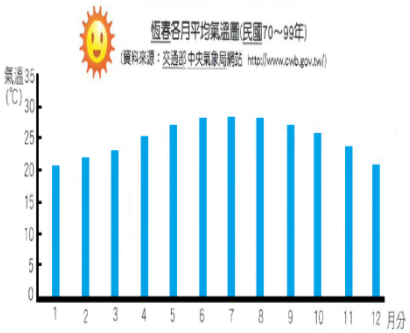
	◆小組發表討論後的結果，教師提問： 1. 如何得知這四個長條記錄的是哪一類資料？ ➔教師說明：(指著橫軸)所以在這裡標示的是受傷的地點。(板書：地點) 2. 如何得知每一個長條記錄的是哪一個地點？ (將地點名稱貼於橫軸上) 3. 如何確定每一個長條的人數是多少？ ➔教師說明：(指著縱軸)所以在這裡標示的是受傷的人數，而且每一格代表的是 2 人，我們把單位「人」寫在這裡。(將數量標示於縱軸上，並板書：人)	學生可能回答： 只有受傷地點剛好是四類，再數一下數量，便知道這四類是指受傷地點。 學生可能回答： 一一點數每一個地點有多少人，再依大小排列。 學生可能回答： 1. 遊樂區受傷的人最少，是 4 人，所以 1 格是代表 2 人，再檢查其他數字。 2. 表格中總項數為 27 項，對照長條圖每條所佔的格數，發現 1 格代表 2 人。		D1 概念操作理解:透過長條圖與複雜表格之對照，了解橫軸及縱軸的標示。 D2 解題策略探究:思考探究圖與表之關係的策略或方法。 G1 思考能力提升:聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。
1-2-2	4. 在操場受傷的學生人數不是剛好完整的一格，那是幾個人呢？ ➔教師追問：為什麼不把標示為 8 的那條線改為 7，這樣就可以不用畫在中間了。	學生可能回答： 標示在 6 和 8 的中間，代表有 7 人。 學生可能回答： 這樣每一格就不一樣多了。		
	✪教師小結: 1. 從剛剛和同學們的討論中，我們發現長條圖的標示分為橫的和直的，橫的這邊標示的是不同的地點，也就是把地點做分類，一一標示在這邊；直的這邊標示的是數量大小，從 0 開始依序增加，而且每一格都一樣大、數量一樣多。			
1-2-3	2. 做一個完整的長條圖，要有橫的和直的標示，橫的這一條稱為「橫軸」，直的這一條稱為「縱軸」。(貼上標有橫縱及縱軸的詞牌) 3. 完整的長條圖除了有橫軸和縱軸之外，為了清楚讓人知道這是統計哪一種資料的長條圖，這個長條圖本身也有圖名。(貼上圖名的詞牌：107 年 10 月快樂國小學童受傷地點人數長條圖)			

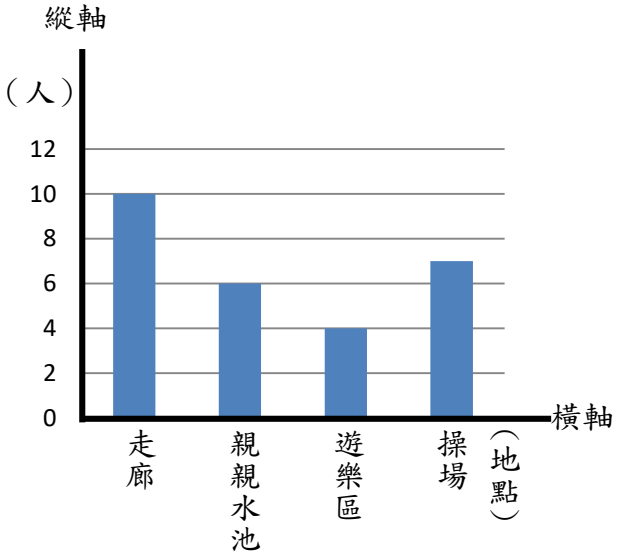
	開展活動二–透過統計圖和原始資料之比對，察覺利用統計圖整理資料的好處，並能從原始資料擷取重要訊息以解決問題		5 分	
1-3-1	◆教師提問： 1. 我們剛才發現，這張長條圖的資訊是從表格的「地點」這一欄擷取出來的，既然已經有表格，為何還要把它做成長條圖？把表格整理成長條圖有什麼好處呢？	學生可能回答： 1. 可以很快知道每個地點的受傷人數。 2. 能夠很快的依數量多寡來排序。 3. 可以看出相差多少或倍數關係。		G3 共同學習增能：透過共同討論，尊重並欣賞不同的想法，互相學習增能。
1-4-1	2. 校長每個月都要請護士阿姨整理並報告學生的受傷情形，你認為為什麼校長要知道學校各個地點的受傷人數？ ➔教師說明並追問：因此，這個長條圖顯示出學生在哪些地點容易受傷，因此橫軸標示的類別是地點。如果你是校長，除了受傷地點之外，你會想要護士阿姨利用這份表格，整理出哪一種類別的長條圖，來了解學生的受傷情形？為什麼？	學生可能回答： 能夠對學校的設施進行改善。 學生可能回答： 1. 受傷的類型。 2. 受傷的原因。 3. 各年級學生的受傷情形。 4. 受傷的部位。 5. 星期幾最容易受傷？		T1 情境問題題轉化： 結合學童生活經驗，判讀資料並了解所蒐集資料與待解決問題之關聯。
	✪教師小結: 1. 將複雜的資料整理成長條圖，除了能從長條圖中知道數量的多寡之外，還能知道彼此之間的差距或倍數關係。 2. 我們可以從一份資料內，擷取不同的訊息，去整理出想要統計的內容。			
	挑戰題 ◆教師布題： 快樂國小四年一班票選班級吉祥物，小花想把票選的結果用剛學過的長條圖呈現出來，她拿出老師上課發下剩餘的方格紙來畫，結果紙太小畫不下全部，熱心的小玉也拿方格紙來幫忙畫完(如下圖)。	發下數學大挑戰，學生個人作答，進行先評量、後討論之活動。 學生可能反應： 1. 正確作答： (1)觀察二圖之縱軸，了解組距不同，因此對照縱軸	13 分	D3 數學語言溝通:透過長條圖、橫軸、縱輻等數學語言進行溝通。 G1 思考能力提升:思考並討論組距大小對資料呈現樣態之影響。

	  隔壁班的阿平看到這兩張圖，說：「原來你們班最喜歡的吉祥物是熊貓！」 你覺得阿平說的對嗎？請說明你的理由。 ✪評量後教學處理： 1. 全班共同討論，澄清問題、瞭解題意，並了解長條圖橫軸及縱軸的標示為何。 2. 教師說明全班有二種不同的意見，依序請作答錯誤及作答正確的學生上台發表想法，再請作答錯誤的學生發表由錯誤到正確的學習思考歷程。 3. 教師小結： 在做長條圖判讀時，應仔細觀察縱軸的數字，了解每一格代表的數字是多少，不能只看圖的長短而做判斷。	之數量判斷阿平的說法不正確。 (2)說明長度最長者不一定代表數量最多，需依據刻度決定。 (3)指出阿平只看到長度、沒有注意人數及刻度。 2. 錯誤類型： (1) 學生直觀認為熊貓之長條最長，而判斷阿平說法正確。 (2) 學生忽略二圖組距不同，把一格皆當作 1 票，直接點數各占幾格，而判斷阿平之說法正確。		G3 共同學習增能：透過共同討論，尊重並欣賞不同的想法，互相學習增能。
總結	教師總結： 1. 長條圖是統計圖的一種，可以將複雜的資料以圖像呈現，使讀者一目了然。 2. 一個完整的長條圖包含縱軸、橫軸及圖名，縱軸標示數量，每一格都一樣多，而橫軸標示類別。 3. 在閱讀統計圖時，要注意組距的大小。		2 分	總結統整本節課學習重點

✪板書：

統計圖——長條圖





107 年 10 月快樂國小學童受傷地點人數長條圖

107 年 10 月秀秀國小學童受傷處理記錄表

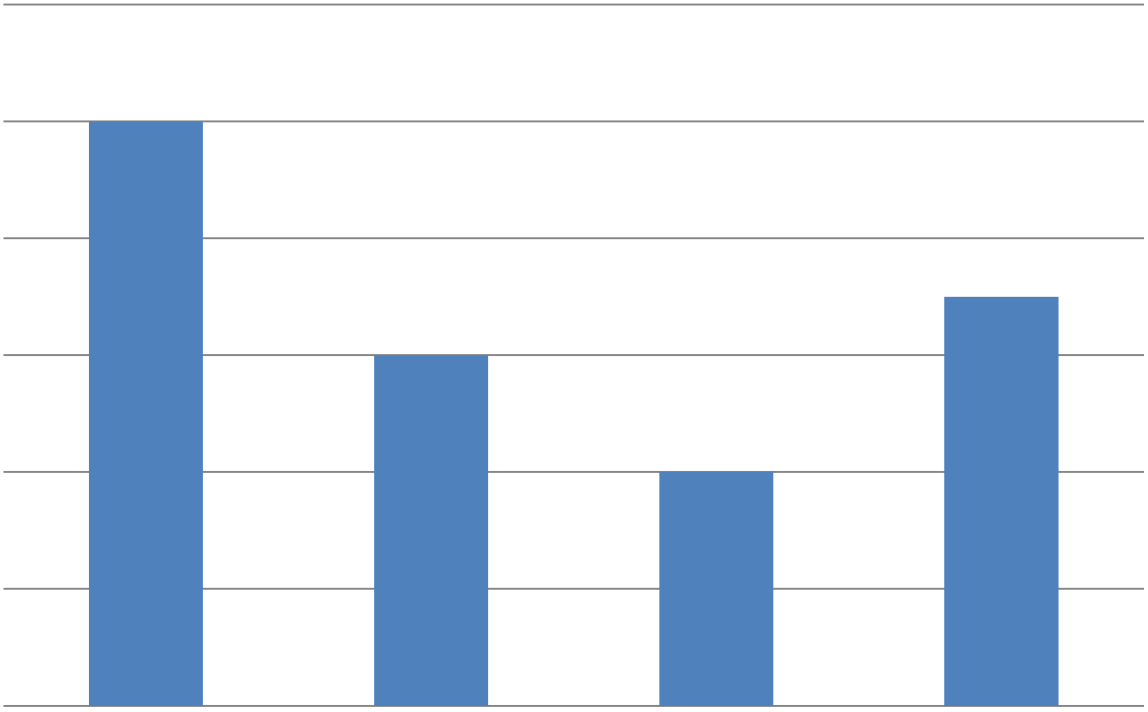
序號	日期	班級	姓名	受傷部位	受傷類型	地點	原因
1	10/1(一)	301	小明	膝蓋	擦傷	操場	奔跑跌倒
2	10/2(二)	307	阿忠	小腿	擦傷	親親水池	奔跑相撞
3	10/2(二)	407	阿森	小腿	擦傷	親親水池	奔跑相撞
4	10/3(三)	203	小華	牙齒	牙斷裂	走廊	跌倒
5	10/4(四)	502	小花	腳踝	擦傷	操場	滑倒
6	10/8(一)	308	阿蕾	肩	擦傷	操場	投球
7	10/8(一)	106	阿月	手腕	擦傷	遊樂區	跌倒
8	10/9(二)	107	阿華	額頭	裂傷	操場	奔跑相撞
9	10/9(二)	106	小光	額頭	裂傷	操場	奔跑相撞
10	10/11(四)	205	大皮	牙齒	牙斷裂	走廊	跌倒
11	10/12(五)	308	阿雄	小腿	擦傷	走廊	奔跑
12	10/15(一)	412	阿豆	膝蓋	擦傷	走廊	跌倒
13	10/15(一)	202	小藍	牙齒	牙斷裂	操場	跌倒
14	10/16(二)	501	小可	膝蓋	裂傷	走廊	奔跑相撞
15	10/16(二)	409	阿潔	膝蓋	裂傷	走廊	奔跑相撞
16	10/16(二)	108	阿東	小腿	叮咬傷	遊樂區	紙蟲咬
17	10/17(三)	506	小忠	小腿	擦傷	走廊	奔跑
18	10/17(三)	302	小靜	上眼皮	擦傷	親親水池	滑倒
19	10/18(四)	308	阿森	手肘	骨折	走廊	跳躍滑倒
20	10/18(四)	406	小怡	小腿	骨折	操場	奔跑跌倒
21	10/19(五)	405	小武	膝蓋	擦傷	親親水池	滑倒
22	10/22(一)	204	阿紫	手肘	擦傷	親親水池	滑倒
23	10/23(二)	202	小許	手指	夾傷	遊樂區	不當使用
24	10/23(二)	202	雞腿	腳掌	靈傷	遊樂區	不當使用
25	10/24(三)	105	小洲	膝蓋	裂傷	走廊	跌倒
26	10/24(三)	604	小丘	膝蓋	裂傷	走廊	跌倒
27	10/30(二)	104	小穗	頭部	擦傷	親親水池	滑倒

✪學習單(一)

107 年 10 月快樂國小學童受傷處理記錄表

序號	日期	班級	姓名	受傷部位	受傷類型	地點	原因
1	10/1(一)	301	小明	膝蓋	擦傷	操場	奔跑跌倒
2	10/2(二)	307	阿恩	小腿	擦傷	親親水池	奔跑相撞
3	10/2(二)	407	阿嘉	小腿	擦傷	親親水池	奔跑相撞
4	10/3(三)	203	小畢	牙齒	牙斷裂	走廊	跌倒
5	10/4(四)	502	小花	腳踝	扭傷	操場	滑倒
6	10/8(一)	308	阿若	肩	扭傷	操場	投球
7	10/8(一)	106	阿月	手腕	扭傷	遊樂區	跌倒
8	10/9(二)	107	阿華	額頭	裂傷	操場	奔跑相撞
9	10/9(二)	106	小光	額頭	裂傷	操場	奔跑相撞
10	10/11(四)	205	大友	牙齒	牙斷裂	走廊	跌倒
11	10/12(五)	308	阿雄	小腿	擦傷	走廊	奔跑
12	10/15(一)	412	阿昱	膝蓋	扭傷	走廊	跌倒
13	10/15(一)	202	小藍	牙齒	牙斷裂	操場	跌倒
14	10/16(二)	501	小可	膝蓋	裂傷	走廊	奔跑相撞
15	10/16(二)	409	阿潔	膝蓋	裂傷	走廊	奔跑相撞
16	10/16(二)	108	阿東	小腿	叮咬傷	遊樂區	蚊蟲咬
17	10/17(三)	506	小志	小腿	擦傷	走廊	奔跑
18	10/17(三)	302	小靜	上眼皮	擦傷	親親水池	滑倒
19	10/18(四)	308	阿昇	手肘	骨折	走廊	跳躍滑倒
20	10/18(四)	406	小怡	小腿	骨折	操場	奔跑跌倒
21	10/19(五)	405	小筑	膝蓋	扭傷	親親水池	滑倒
22	10/22(一)	204	阿紫	手肘	扭傷	親親水池	滑倒
23	10/23(二)	202	小昕	手指	夾傷	遊樂區	不當使用
24	10/23(二)	202	琪琪	腳掌	壓傷	遊樂區	不當使用
25	10/24(三)	105	小湘	膝蓋	裂傷	走廊	跌倒
26	10/24(三)	604	小立	膝蓋	裂傷	走廊	跌倒
27	10/30(二)	104	小楓	頸部	扭傷	親親水池	滑倒

✪學習單(二)



✪參考文獻：

周筱亭、黃敏晃、鍾靜、魯炳寰、林素微、鄒聖馨(2002)。*國小數學教材分析——統計與機率*。臺北市：國立教育研究院籌備處。

張英傑、周菊美/譯(2005)。中小學數學科教材教法。台北:五南。

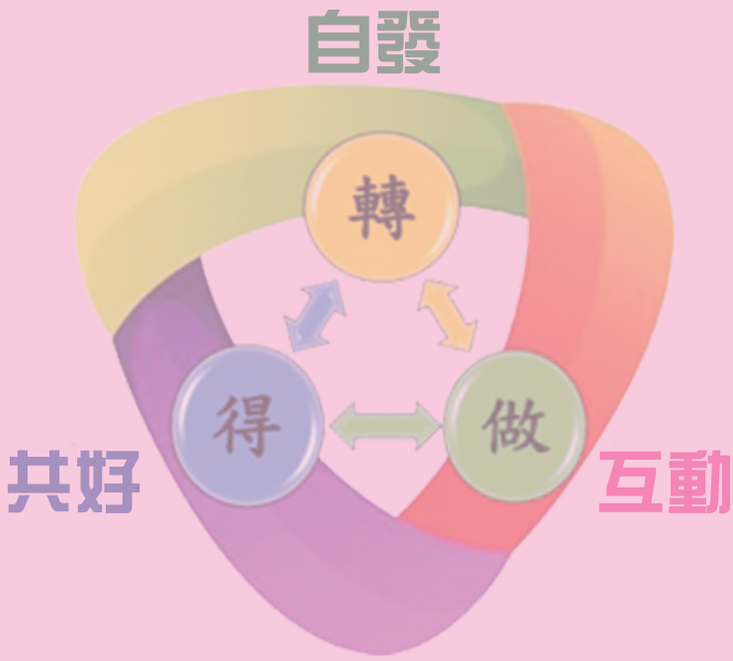
康軒文教（2018）。國小數學教師手冊第七冊。新北市：康軒文教。

南一書局（2018）。國小數學教科書第七冊。臺南市：南一書局。

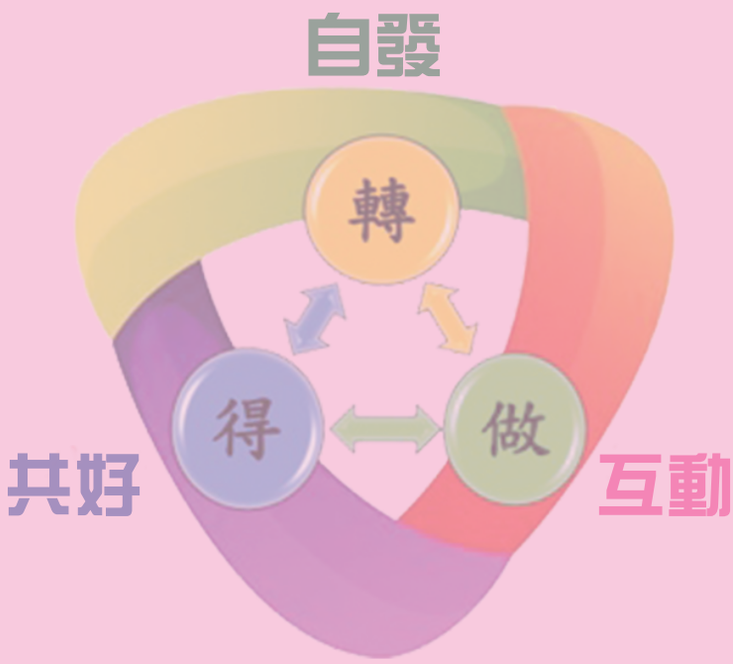
翰林文教（2018）。國小數學教科書第七冊。臺南市：翰林出版。

數學素養導向教學活動設計示例

高年級






自發
轉
得
做
共好
互動

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：理解分數之「整數相除」的意涵　　授課年級：<u>五</u>年級
本節教學主題：測量情境(包含除)中分數為整數相除的結果~單位的關係及轉換　　設 計 者：林心怡
社群成員：新北市數學輔導團
節數：共<u>3</u>節，教學設計為第<u>2</u>節

一、單元的期望學習結果

(一)單元學習目標

1. 在平分情境(等分除)中，理解分數之「整數相除」的意涵。
2. 在測量情境(包含除)中，理解分數之「整數相除」的意涵。
3. 察覺除法問題中，整數相除可以分數表示為商的結果。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-III-5 理解整數相除的分數表示的意義。	N-5-6 整數相除之分數表示：從分裝（測量）和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。 備註:本條目的困難在於概念理解而非計算，教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化成商為分數的合理性。包含除可和「比率」的課題結合（N-5-10）

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 具有分數的單位概念，並表徵分數中整體與部分的關係。 2. 單位分數內容物為多個個物的概念 3. 認識測量情境(包含除)問題，並能以除法計算分裝後【商】與【餘數】的結果。 4. 理解平分情境(等分除)問題中，分數表示整數相除的結果。	1. 學生對分數中以何種單位為「1」無法判斷，故無法理解兩種單位之間的關係如何轉換。 2. 學生對測量情境(包含除)問題不熟悉，對於【商】與【餘數】的單位無法確認。 3. 學生對運用圖示進行分數的表徵不熟悉，無法利用圖示操作解題並說明。

(二)教材研究分析

本次教學以四年級「分數」單元中有關「分數為整數相除的結果」此部分進行，本節課將處理分數在**平分情境(等分除)**的意涵延伸至**測量情境(包含除)**的意涵。92 年數學領綱中對有理數的教學意涵有如下敘述:

小學的有理數教學，必須釐清、練習並連結下述有理數的四種意涵，最後歸結成日後數學學習中，有

理數最核心的意涵─「除的意涵」:

（a） 平分的意涵：學生在低年級認識人我分際之後，就會發展出強烈的公平感，**因此從平分入手學習分數，是一條比較容易的途徑**，也比較容易化解分數學習中常見的認知衝突。

（b） 測量的意涵：長度測量是低年級就發展的數學課題，在以個別單位度量長度，**為了解決剩下部分的「餘數」**約定時，就能同時發展小數與分數兩種課題。**由於單位的強調，測量是調和「部分/全體」的意涵與帶分數認知衝突中的重要工具**。

（c） 比例的意涵：比的原理，是一種微妙的平分方式，因此學生比較容易接受。即使學生尚未學習比例式，透過比的方式，仍然可以協助學生解題。最後再透過比值的引入，一貫地解決比例的問題。

（d） 部分/全體的意涵：部分/全體雖然是分數的重要意義之一，但是由於概念較為抽象，而且真分數的暗示過深（全體為 1），可能造成假分數或帶分數學習上的困擾，必須透過單位的強調來解決其認知衝突。

故 92 課綱將分數在平分情境及測量情境的意涵分作四年級及五年級進行學習，但在 97 課綱中已將分數在「整數相除」的意涵合併於四年級的細目中，**教學順序同樣建議是先由平分情境(等分除)再到測量情境(包含除)**。

筆者在看過教科書中關於此部分教學內容後，以下提出幾點思考:

1. 教科書對於分數在測量情境的意涵處理極少(僅一題)，這對學生日後學習相關單元需理解的概念是否有影響?(整數相除為分數倍的結果、除數為分數(或小數)的除法時餘數的意義)
2. 承上，針對「一整數為另一整數的分數倍」這類問題在五年級分數倍單元中少有正式教學，但是會再往後的單元例題中經常出現，當六年級學習「基準量及比較量」時，又以基準量及比較量重新學習一次單位轉換的重要，這種單位轉換的觀念是否可以在四年級第一次出現測量情境時就應該充分經驗，而非到六年級才正式面臨單位轉換的問題?
3. 分數**在平分情境(等分除)中學習的重點，主要是描述平分後的結果(單位不變)**；而對於分數**在測量情境(包含除)的意涵則較為強調測量單位的轉換(單位改變)**。教學中如何讓學生能有充分的單位轉換經驗，強化掌握單位關係的重要性，幫助學生理解測量情境問題中以分數表示單位改變後其結果的意涵。

所以筆者設計本節課的重點將提供學生充分的【單位轉換】經驗，先透過自然的測量結果引導學生察覺用兩個不同單位之間的關係，引入測量情境(包含除)問題時能使用分數表示分裝後用新單位描述的結果。以下為整節課教學設計脈絡及目的:

1. 透過測量情境中兩種不同單位的描述結果，讓學生利用表徵詮釋意涵，並解釋其結果，理解兩種不同單位之間的關係。
2. 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，讓學生透過表徵理解除法算式中的商和餘數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。
3. 透過挑戰題提供學生運用單位轉換的概念進行解題，並做為下一節課銜接的準備。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一	1. 在平分情境(等分除)中，理解分數之「整數	1-1 在平分情境中，能列出除法算式	觀察 上課問答

	相除」的意涵	表示問題。 1-2 能透過具體表徵的操作，理解餘數為整數時可再繼續平分為分數結果(帶分數表示分完的結果)。 1-3 同上一個活動的情境，能透過具體表徵的操作，理解每一個單位「1」都能進行平分為最後分數的結果(假分數表示分完的結果)。	操作發表 課堂評量-任務（學習單） 作業（數學日記）
二 (本節演示)	2.在測量情境(包含除)中，理解分數之「整數相除」的意涵	2-1 透過測量情境中兩種不同單位之間的關係，理解單位轉換的概念。 2-2 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，理解除法算式中的商和餘數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。	觀察 操作發表 上課問答 課堂評量-任務（學習單） 作業（數學日記或學習單）
三	3.察覺除法問題中，整數相除可以分數表示為商的結果，並進行綜合應用及練習	3-1 察覺平分情境及測量情境的除法問題中，整數相除後用分數表示結果時，程序運算形式上相同。 (「被除數÷除數」可以寫成$\frac{\text{被除數}}{\text{除數}}$的分數形式為結果) 3-2 能利用整數相除後用分數表示商的結果，解決除法應用問題，並能理解除完後商的單位。 3-3 綜合應用練習。	觀察 發表 上課問答 課堂評量 作業(學習單)

四、本節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
2-1 透過測量情境中兩種不同單位之間的關係，理解單位轉換的概念。	2-1-1 透過教室內黑板(或白板)的測量活動，引入測量單位的需求。 2-1-2 利用數學史中身體尺的測量活動，理解兩種不同單位之間的關係。 2-1-3 透過數學史補充資料(埃及的腕尺及掌尺)，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式。
2-2 透過測量情境(包含除)有餘數的文字應用題，理解除法算式中的商和餘	2-2-1 在離散量的測量情境中，理解除法算式中商和餘數之間的單位關係，並將餘數轉換為商的單位。

數兩種單位之間的關係，並解釋其商可以為分數的結果。	2-2-2 利用分數表示商的結果轉化成假分數，初步察覺整數相除後用分數表示結果時，記錄程序運算的形式（「被除數÷除數」=$\frac{\text{被除數}}{\text{除數}}$）。 2-2-3 透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，綜整本節課的學習內容。

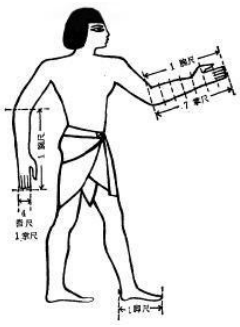
(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 □ T3 數學概念聯結	T1:透過教室內黑板(或白板)的實際測量活動，引出單位紀錄的需求及討論。 T2:透過兩個單位之間的關係，銜接分數的舊經驗做為紀錄單位轉換的方式。
做	■ D1 概念操作理解 □ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1:利用數學史中身體尺的測量活動，理解兩種不同單位之間的關係；以及透過文字應用題讓學生利用半具體操作畫圖表徵，進而討論餘數的單位紀錄方式。 D3:能和同學說明並溝通用不同單位紀錄黑板(或白板)的測量結果，以及文字應用題中餘數的單位紀錄代表的意義。
得	■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1:透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，思考如何應用本節學習的單位轉換概念解決問題。 G2:透過實際的測量活動以及分享畫圖表徵餘數的意義，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣。 G3:透過數學史補充資料(埃及的腕尺及掌尺)，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式，提升多元與創新的思考角度。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
2-1-1	【活動一】白板有多長? (此目的為測量單位紀錄需求感的引入活動) **教師問話:** **1. 老師想量一量教室內的白板有多長，要怎麼量呢?** **2. 但是現在這些工具老師都沒有帶，要怎麼辦呢?**	學生可能回答: 用直尺、捲尺...等工具。 學生可能回答:	3分	T1 情境問題轉化：透過教室內白板的實際測量活動，引出單位紀錄的

	→教師引入日常生活中會使用身體的部分做為個別單位測量的需求，並介紹身體尺的單位「腕尺」。	用教室內的物品、身體的部分...等		需求及討論
	【活動二】用身體尺測量白板的長度-透過數學史中身體尺的測量，理解兩種不同單位之間的關係	現場實際測量的長度需為不能剛好用腕尺量完的長度，為引入產生小單位的需求	8 分	
	教師問話:			
2-1-2	1. **現在我們來實際做做看，用我們身上的「腕尺」來量量看白板有多長?要怎麼記錄結果呢?**(請兩位學生上台做做看)	學生能用身體尺測量白板的長度，並用「腕尺」及「掌尺」記錄結果		D1 概念操作理解：利用數學史中身體尺的測量活動，理解兩種不同單位之間的關係
	2. **不夠 1 個「腕尺」的部分要怎麼量?**(老師介紹身體尺的單位「掌尺」)			
	3. **如果我們只用「腕尺」一種單位記錄結果，那麼剩下的這 4「掌尺」可以換成多少「腕尺」呢?**(引發學生找出「腕尺」及「掌尺」之間的關係)	每位學生身體上的「腕尺」及「掌尺」之間的關係可能不同。 故學生可能回答: ①1 個「腕尺」和 5 個「掌尺」一樣長 ②1 個「腕尺」和 6 個「掌尺」一樣長 ③1 個「腕尺」和 7 個「掌尺」一樣長		T2 新舊經驗銜接：透過兩個單位之間的關係，銜接分數的舊經驗做為紀錄單位轉換的方式
	4. **「腕尺」及「掌尺」這兩個不同的單位之間有什麼關係?** (請每一位學生用自己的手腕及手掌比比看，找出「掌尺」和「腕尺」的關係)			G2 解題態度培養：透過實際的測量活動，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣
	5. 大家的「腕尺」及「掌尺」這兩個單位之間的關係不太一樣，但是因為我們要一起討論白板的長度，為了好溝通，我們選擇全班大部分的關係進行單位換算。	以現場大部分學生其關係進行討論		
	6. **想想看，1 個「腕尺」和 6 個「掌尺」一樣長，以這樣的關係來思考，1 個「掌尺」是幾個「腕尺」呢?教室前面的白板長度是多少個「腕尺」呢?** (個人思考，兩人一組討論) （1）可以提示學生畫圖想想看。 （2）引導學生察覺兩個不同單位之間的關係並理解單位轉換的概念。	學生若無法察覺兩個不同單位之間的關係，老師應指導學生畫圖表徵量以理解單位轉換的概念 **1 個「掌尺」=$\frac{1}{6}$個「腕尺」**	7 分	D3 數學語言溝通：能和同學說明並溝通用不同單位紀錄白板長度的測量結果
	◆補充資料:數學史-埃及的腕尺及掌	(本補充資料視教學時間		

	尺	調整)		
2-1-3	 在埃及，主要的長度單位是腕尺，它是自肘到中指尖的長度。小一些的單位有：掌尺，它等於 $\frac{1}{7}$ 腕尺；指尺，它等於 $\frac{1}{4}$ 掌尺。因為那時候的埃及人理解分數的意義非常費勁，所以這些小單位很有用。石碑上記載以前尼羅河洪水的水位為「5 腕尺+1 掌尺」。	補充數學史讓學生了解歷史上用不同單位記錄的實用性 古埃及人的腕尺及掌尺的關係跟我們不同，可能身體結構不同，可以藉此提及公制單位的需求		G3 共同學習增能：透過數學史補充，欣賞古代記錄測量結果的單位使用方式，提升多元與創新的思考角度
1-2-3	**➔小結: 描述測量結果可以用兩個不同的單位，也可以用一個單位，只要掌握單位之間的關係就可以進行單位的轉換。**			
	【活動三】包含除文字應用題(有餘數)-在離散量的測量情境問題中，理解除法算式中商和餘數之間的單位關係，並將餘數轉換為商的單位，使用分數表示商的結果	此部分在連結除法算式中商與餘數兩個不同單位表示分裝後的結果，運用前面單位轉換的經驗，進而理解商以分數表示的單位意涵	12 分	
	題目: 「老師有 17 顆糖果，每 5 顆裝 1 包，可以裝幾包?還剩幾顆?」 請學生列出算式做做看。(個人解題) **教師問話:** **17 顆一包一包分裝完的結果是「3 包餘 2 顆」。**	學生列式: 17÷5=3(包)…2(顆)		D1 概念操作理解：透過文字應用題讓學生利用半具體操作畫圖表徵，進而討論餘數的單位紀錄方式
2-2-1	**1. 如果我們只用「包」一種單位記錄結果，那麼剩下的這 2「顆」可以換成多少「包」呢?** **2. 「17÷5=3(包)…2(顆)」也可以記成「17÷5= ？(包)」** (個人思考作答，兩人一組分享想法) (1) 可以提示學生畫圖想想看。 (2) 引導學生察覺兩種單位之間的關	因為 1 包是 5 顆， 所以 2 顆是 $\frac{2}{5}$ 包。 「17÷5=3(包)…2(顆)」 也可以記成「$17\div5=3\frac{2}{5}$(包)」		D3 數學語言溝通：能和同學說明並溝通文字應用題中餘數的單位紀錄代表的意義

2-2-2	係。 3. 「$17\div5=3\frac{2}{5}$(包) = $\frac{17}{5}$（包）」 **想想看，請你從圖中說明$\frac{17}{5}$（包）【17個$\frac{1}{5}$（包）】在哪裡?是什麼意思?**  **➔小結:** **除法的結果當有餘數的時候，利用分數也可以將餘數的單位轉換，用同一個單位表示除完的結果。**	學生能從圖示中理解「顆」和「包」兩個不同單位之間的關係及轉換，**每 1 顆都是$\frac{1}{5}$ 包**，「17 顆」可以轉換為「17 個$\frac{1}{5}$ 包」，也就是「$\frac{17}{5}$ 包」 引導學生**由帶分數換成假分數，更清楚的看出兩個不同單位之間的關係**及轉換:「1 顆是$\frac{1}{5}$包」，做為下節課的準備概念		G2 解題態度培養：透過分享畫圖表徵餘數的意義，享受解題帶來的樂趣以及成就感，提升學習興趣
2-2-3	【活動四】挑戰活動-運用單位轉換的概念進行解題，並做為下一節課銜接的準備 ◆挑戰題: 哥哥把 14 公升的水，用水桶分裝，裝了 4 $\frac{2}{3}$ 桶。想想看: 1. 幾公升可以裝「1 桶」呢? 2. 「4 $\frac{2}{3}$ 桶」是「幾桶又幾公升」呢? （兩人一組討論，視情況進四人一組討論） 教師總結： (利用板書的上課例進行總結) 1. 古人用身體尺測量長度有不同的單位可以記錄，如果只要用一種單位描述，我們需要單位之間的關係，才能進行轉換。(比如腕尺和掌尺的描述) 2. 在除法問題中，分裝後的結果有餘數時，我們可以利用商與餘數單位	本題為挑戰題，目的非要求全體學生皆能正確解題成功，而是透過思考本挑戰題，進而提供單位間轉換的思考練習 本挑戰題因為單位間的關係未提供，學生需要自行由題目給定的描述中找出單位間的關係，學生可能未察覺將 4 $\frac{2}{3}$換成$\frac{14}{3}$較容易看出關係 教師總結統整本節課學習重點	8 分 2 分	G1 思考能力提升：透過挑戰題運用單位轉換的概念進行解題，思考如何應用本節學習的單位轉換概念解決問題

	之間的關係進行轉換，最後可將商(分完的結果)用分數以一種單位表示。			

(板書)

白板有多長?

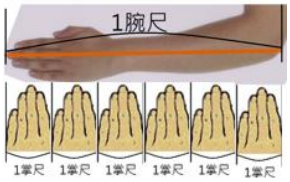
單位:腕尺、掌尺

白板= 5 個腕尺+4 個掌尺

$= 5\frac{4}{6}$ 腕尺

1 個腕尺是 6 個掌尺

1 個掌尺是？個腕尺



單位關係→轉換單位

除法問題

老師有 17 顆糖果，每 5 顆裝 1 包，可以裝幾包？ 還剩幾顆？

17÷5=3(包)…2(顆)

$17\div5=3\frac{2}{5}$ 包

$=\frac{17}{5}$包

(17 個$\frac{1}{5}$包)

兩個單位的關係



哥哥把 14 公升的水，用水桶分裝，裝了 $4\frac{2}{3}$ 桶。想想看:

1. 幾公升可以裝「1 桶」呢?
2. 「$4\frac{2}{3}$ 桶」是「幾桶又幾公升」呢?

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：擴分、約分與通分　　授課年級：五 年級
本節教學主題：從擴、約分理解等值分數　　設 計 者：溫世展
節數：共 三 節，本節為第 一 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 運用擴分和約分，進行等值分數的換算。
2. 運用擴分和約分，理解通分的意義。
3. 運用通分的方法，解決異分母分數的大小比較。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
n-III-4：理解約分、擴分、通分的意義，並應用於異分母分數的加減。	N-5-4：用約分、擴分處理等值分數並作比較。用通分做異分母分數的加減。養成利用約分化簡分數計算習慣。

二、學生先備經驗與可能的學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 理解等值分數的意義，並透過等值分數進行簡單異分母分數的大小比較。 2. 認識因數、倍數、公因數和公倍數。	1. 學生未確實瞭解等值分數的意義，因此無法瞭解為什麼用擴、約分的算則，就能找到符合題意的分數。 2. 受到自然數的學習經驗，而以分子的大小比較、或分母的大小比較、或同時比較分子的大小及分母的大小來解分數大小比較問題。

三、教材分析與教學策略

(一)等值分數教材的重要性

在國小階段，學生理解等值分數的概念，有益於後續進行分數的大小比較、異分母分數的合成、分解問題及分數倍數問題，比、比例、百分率等等內容的學習。

然而 Behr, Lesh, Post, &Silver（1983）針對英國 11 歲兒童的訪談結果分析，發現許多學生不認為 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$。呂玉琴(1991)的研究亦指出，在我國小五、六年級的學童身上，也發現有許多的學生即使接受過等值分數的教學，仍然不認為 $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$。

張英傑、周菊美(2005)指出，當學生以「要得到一個等值分數用相同的非零的數乘(或除)上方數和下方數」規則，找到已知分數的等值分數，學生可以容易的學習並使用規則，但對所找到分數的關聯沒有任何想法，只成為一種乘法的練習。

根據上述，教學者希望能夠透過此單元的教學，在進行約分、擴分的教學過程中，引導學生將擴、約分的學習，連結到等值分數概念的學習，以促進學生對於等值分數概念的理解。

(二)三個版本的五年級「擴分、約分和通分」教材之概要分析

康軒版、翰林版、南一版的「擴分、約分和通分」教材編排如下：

一、康軒版

第三單元：擴分、約分和通分--擴分、約分、通分、分數比較大小、分數數線。

二、翰林版

第六單元：擴分、約分和通分-擴分和等值分數、約分和等值分數、通分和分數的大小比較。

三、南一版

第四單元：擴分、約分和通分-擴分、約分、通分、異分母分數比較大小、繪製分數的數線。

教學者認為三個版本在教學內容順序的安排上，均先依序帶入擴分、約分和通分的教學內容，再引入分數的大小比較的教學內容。

此外，教學者根據三個版本的課本內容發現，在擴分、約分教材的情境安排上，各版本在連續量與離散量情境出現的次數差異不大。在解題策略方面，各版本相近，均在連續量情境下採「計數分割份數多寡」策略(連續量離散化)(李源順，2018)，透過再分割或重組產生更小的單位分數來比較其部分量的大小；以及在離散量情境下，採取「計數內容物數量」策略，透過合併或重組，了解子集合與集合的比例不變。

(三)預定教學策略

鍾靜(2010) 指出，對於分數的發展，教學重點在於先進入單位分數，要和學生強調平分的概念，後續可用透明分數板(圓形分數板)讓學生理解等值分數的概念，再帶入約分與擴分的概念。

呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩(2009)亦表示，圓形的好處是部份量的弧度讓學生比較容易看到部份量和整個圓的關係；他們並指出，約分和擴分都是等值分數的呈現，約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現，而擴分正好相反，是將一份細分成很多小份的等值分數的表現。教師在教約分、擴分時，可以連結學生的等值分數概念，而不是只是同除以一數或同乘以一數的數字運算而已。

李源順(2018)指出，在約分和擴分的過程中，會在原來的兩個單位量中，再出現另一個單位量，亦即單位轉換，這是學生很容易弄錯的地方。

教學者本次教學方式為小組討論教學，根據上述內容，教學者本次進行擴、約分的教學時，將會充分運用圓形分數板，並提供各組多達**七種單位分數($\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{9}$、$\frac{1}{12}$)的圓形分數板**，以提供學生多元思考各種解題策略的機會，並在學生產出多樣答案的過程中，引導學生觀察這些等值分數的分子和分子、分母和分母之間有何關係，促進學生對於擴、約分概念的理解。並於教學過程中，適時提醒學生注意擴、約分後都要轉換為另一個單位。

另外本次教學活動設計呈現的教學問題依序為：「小明的媽媽每個禮拜四都會固定加班到晚上9:00，下班後都會買一個大披薩給全家人當作是禮拜五回家時的備用點心。因為小明都是第一個回到家的人，所以星期五下午放學後，小明通常都會是家裡第一個吃披薩的人。這禮拜五剛好期中考結束，小明邀請同學一起到家裡玩，這時候大家都肚子餓了，小明突然想到冰箱裡有媽媽前一天買的大披薩，就趕緊打開冰箱想要將披薩微波，可是小明打開冰箱後，竟然發現大披薩被吃掉了一部份，只剩下$\frac{2}{3}$個披薩。小明心想：還好剩下的披薩夠吃，否則就糗大了，所以他很想知道，到底是誰先吃掉了一部份的披薩。目前只知道有兩個線索：

1.小明的家人有爸爸、媽媽。

2.吃掉的披薩，可能被切成桌上各種圓形分數板的樣子。

請各組同學幫小明想想看，到底是誰吃掉了披薩？吃掉了多少披薩呢？盡量找出所有可能的答案，並說說看你是怎麼想的，說明的越詳細越好。」以及「小玲的媽媽買了一個披薩，小玲下課回到家先吃了其中一部份披薩，最後剩下$\frac{3}{5}$個披薩，請問小玲吃了多少盒披薩？請用各組桌上所有的圓形分數板，找出所有可能的答案。」，最後再提問「誰吃了比較多的披薩？」。數字設計為$\frac{3}{5}$、$\frac{2}{3}$的原因如下：

由於學生學過自然數的大小比較，因此解分數大小比較問題時，部分學生會受到自然數的學習經驗，而以分子的大小比較、或分母的大小比較、或同時比較分子的大小及分母的大小來解題。例如部分學生會以分子 3>2 而認為$\frac{3}{5}>\frac{2}{3}$；也有學生會以分母 5>3，而認為$\frac{3}{5}>\frac{2}{3}$；另外還有學生會使用分子 3>2 且分母 5>3，而認為$\frac{3}{5}>\frac{2}{3}$。以本次教學者提出的問題來說，無論採用哪一種解法，都將獲得錯誤的答案。

學生在探究答案的過程中，會使用數塊不同的單位分數填滿，教學者將引導學生透過多樣不同答案(等值分數)的產出與比較，以及觀察這些等值分數的分子和分子、分母和分母之間有何關係，發現擴、約分的數學意義與算則。

四、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
1 （本次授課）	擴、約分(一)	1-1 檢驗學生是否具有單位分數與等分概念。 1-2 理解擴、約分的意義。	實際操作 討論發表 解題紀錄
2	擴、約分(二)	2-1 發展擴分的算則。 2-2 發展約分的算則。	實際操作 討論發表 解題紀錄
3	通分和異分母分數的大小比較	3-1 通分：利用擴分和約分的算則，把不同分母的分數化成相同分母的分數。 3-2 找到兩個分母的最小公倍數，將兩個分母擴分成最小公倍數的分母，再比較。	實際操作 討論發表 解題紀錄

		3-3 將兩個分母約分成相同的分母的分數，再比較。	

五、第 1 節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
1-1 檢測學生的單位分數與等分概念。 1-2 理解擴、約分的意義。	1-1-1 先透過分數概念問題，檢驗學生是否具有單位分數與等分概念。 1-2-1 教師布題，讓學生分組討論產出各種解題策略。 1-2-2 學生呈現並發表解題策略，教師引導學生比較與觀察這些解題策略(不同等值分數)的分子和分子、分母和分母之間有何關係，進而發現擴、約分的意義。 1-2-3 教師總結。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	■ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 ■ T3 數學概念聯結	T1: 透過生活情境問題，思考運用單位分數、等分概念、等值分數表達想法的需求。 T2: 從學生單位分數、等分概念的舊經驗，引入運用各種單位分數的組合，透過擴、約分深入理解等值分數的意義。 T3: 透過等值分數的分子和分子、分母和分母之間的關係，促進學生對於擴、約分概念的理解。
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 ■ D3 數學語言溝通	D1：透過不同單位分數的圓形分數板，表徵、觀察與說明擴、約分與等值分數的連結。 D2: 利用七種單位分數的圓形分數板，探究多元解題策略。 D3:利用圓形分數板,說明與發表所找到解題策略的依據。
得	■ G1 思考能力提升 ■ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1: 透過不斷重組不同單位分數的過程，提升學生數學思考的能力。 G2：體驗與願意嘗試窮盡所有可能解題策略。 G3: 透過小組共同討論、探究與發表各種不同解題策略，讓學生能欣賞並分享各種不同解題策略，以及感受獨特解題策略之數學創造力表現。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉T、做D、得G)
1-1-1

1-2-2	**開展活動** 教師以故事情境鼓勵學生思考解題策略。 **故事** **小明的媽媽每個禮拜四都會固定加班到晚上 9:00，下班後都會買一個大披薩給全家人當作是禮拜五回家時的備用點心。因為小明都是第一個回到家的人，所以星期五下午放學後，小明通常都會是家裡第一個吃披薩的人。** **這禮拜五剛好期中考結束，小明邀請同學一起到家裡玩，這時候大家都肚子餓了，他突然想到冰箱裡有媽媽前一天買的大披薩，就趕緊打開冰箱想要將披薩微波，可是打開冰箱後，竟然發現大披薩被吃掉了一部份，只剩下 $\frac{2}{3}$ 個披薩。** **小明心想：還好剩下的披薩夠吃，否則就糗大了，所以他很想知道，到底是誰先吃掉了一部分的披薩。** **目前只知道有兩個線索：** **1. 小明的家人有爸爸、媽媽。** **2. 吃掉的披薩，可能被切成桌上七種圓形分數板的樣子。** **請各組同學幫小明想想看，到底是誰吃掉了披薩？吃掉了多少披薩呢？盡量找出所有可能的答案，並說說看你如何找到答案，說明的越詳細越好。** 教師藉由上述情境讓學生進行分組討論可能答案，並讓學生發表所找到的各種解題策略。 學生可能產生三種解題路徑，教學者分別舉例說明可能的教學過程如下：	學生能夠產出各種解題策略。 **教師提供各組七種單位分數($\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$、$\frac{1}{6}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{9}$、$\frac{1}{12}$)的圓形分數板進行解題探究。**	**15 分**	T1 情境問題轉化透過生活情境問題，思考運用單位分數、等分概念、等值分數表達想法的需求。 T2 新舊經驗銜接：從學生單位分數、等分概念的舊經驗，引入運用各種單位分數的組合，透過擴、約分深入理解等值分數的意義。 D2 解題策略探究：利用七種單位分數的圓形分數板，探究多元解題策略。 G1 思考能力提升：透過不斷重組不同單位分數，提升學生數學思考的能力。 G2 解題態度培養：體驗與願意嘗試窮盡所有可能解題策略。 G3 共同學習增能：透過小組共同討論、探究與發表各種不同解題策略，讓學生能欣賞並分享各種不同解題策略

	◆ **發表解題路徑 I 的過程** **教師提問**以引導學生發現$\frac{1}{3}$與$\frac{2}{6}$之間存在 $\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$的關係。 **教師引導**學生利用圓形分數板說明 $\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$的分子分母均乘以 2 的數學意義(擴分是將一份細分成很多小份的等值分數的表現)。	**解題路徑 I：** 學生依序產出$\frac{1}{3}$個， 「$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$」個(＝$\frac{2}{6}$個)， 「$(\frac{1}{6}+\frac{1}{12})+\frac{1}{12}$」個， 「$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$」個， 「$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}$」個 (＝$\frac{3}{9}$個)， 以及「$\frac{1}{12}+\frac{3}{12}$」個 (＝$\frac{4}{12}$個)等多元答案。	**15 分**	以及感受獨特解題策略之數學創造力表現。 D3 利用圓形分數板，說明與發表所找到解題策略的依據。 T3 數學語言溝通：透過等值分數的分子和分子、分母和分母之間的關係，促進學生對於擴、約分概念的理解。 D1 概念操作理解：透過不同單位分數的圓形分數板，表徵、觀察與說明擴、約分與等值分數的連結。
	◆ **發表解題路徑 II 的過程** **教師提問**以引導學生發現$\frac{1}{3}$與 $\frac{3}{9}$ 之間存在 $\frac{3}{9}=\frac{3\div3}{9\div3}=\frac{1}{3}$的關係。 **教師引導**學生利用圓形分數板說明 $\frac{3}{9}=\frac{3\div3}{9\div3}=\frac{1}{3}$的分子分母均除以 3 的數學意義(約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現)。	**解題路徑 II：** 學生依序產出$\frac{1}{3}$個， 「$\frac{1}{4}+\frac{1}{12}$」個， 「$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$」個(＝$\frac{2}{6}$個)， 「$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}$」個(＝$\frac{3}{9}$個)， 以及「$\frac{1}{12}+\frac{3}{12}$」個(＝$\frac{4}{12}$個)等多元答案。		

	◆ **發表解題路徑 III 的過程** (一)**教師提問**以引導學生發現$\frac{1}{3}$與$\frac{2}{6}$之間存在 $\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$的關係。 **教師引導**學生利用圓形分數板說明$\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$的分子分母均乘以 2 的數學意義(擴分是將一份細分成很多小份的等值分數的表現)。 (二)**教師提問**以引導學生發現$\frac{1}{3}$與$\frac{4}{12}$之間存在 $\frac{4}{12}=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$的關係。 **教師引導**學生利用圓形分數板說明$\frac{4}{12}=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$的分子分母均除以 4 的數學意義(約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現)。	**解題路徑 III：** 學生產出$\frac{1}{3}$個、$\frac{2}{6}$個、$\frac{3}{9}$個、$\frac{4}{12}$個； 以及「$\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$」個、 「$\frac{1}{6}+\frac{2}{12}$」個、 「$\frac{2}{12}+\frac{2}{12}$」個、 「$\frac{1}{12}+\frac{3}{12}$」個、 「$\frac{1}{12}+\frac{1}{4}$」個， 「$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}$」個等多元答案。 P. S. ： **1. 解題路徑 III 是極少部份提前學習的學生可能產出的解題路徑。** **2. 教學時要留意學生排出「$\frac{1}{5}+\frac{1}{8}$」，因為與$\frac{1}{3}$相差只有$\frac{1}{120}$，非常接近。**		
1-2-3	**教師總結:** 1. 擴分是將一份細分成很多小份的等值分數的表現。 2. 約分是將很多份視為一大份的等值分數的表現。	此時教師的話語，需連結學生的等值分數概念，不應只是要求學生進行「同除以一數」或「同乘以一數」的數字運算而已。	**5 分**	總結統整本節課學習重點

參考文獻

呂玉琴(1991)。國小學生的分數概念：1/2 VS.2/4。國民教育，第 31 卷 11,12 期，10-15。

呂玉琴、李源順、劉曼麗、吳毓瑩(2009)。國小分數與小數的教學、學習與評量。台北：五南。

李源順(2018)。數學這樣教：國小數學感教育。台北：五南。

張英傑、周菊美/譯（2005）。中小學數學科教材教法。台北：五南。

鍾靜(2010)。問題導向學習與數學教師專業成長。臺北市：國立臺北教育大學。

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, (pp. 91-125). New York: Academic Press.

新北市數學領域核心素養導向教學活動設計表

單元名稱：圓周率與圓周長　　授課年級：六 年級
本節教學主題：探究圓周長與直徑長之關係　　設 計 者：林心怡
節數：共 3 節，本節為第 1 節　　社群成員：新北市數學輔導團

一、單元的期望學習結果

(一) 單元學習目標

1. 認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。
2. 實測圓周長及直徑。
3. 認識圓周率及其意義。
4. 能應用圓周率，解決關於圓周長、直徑及半徑等問題。

(二)課程綱要學習重點

對應的學習表現	對應的學習內容
s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。	S-6-3 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用 (1) 求弧長或面積。

二、學生與教材分析

(一)學生先備知識與學習困難

學生先備知識	學生可能的學習困難
1. 認識圓的構成要素(圓心、圓周、半徑、直徑)，以及直徑與半徑的關係。 2. 比與比值的意義及表示法(比值的意義:以後項為 1 倍，前項為後項的幾倍)。(視版本內容參考)	1. 測量圓周長(曲線)時，操作容易產生誤差(直接複製曲線或是以滾動複製曲線)。 2. 圓無法對摺的情況下，測量直徑的方式比較困難須討論。 3. 若學生尚未學過比和比值的意義，引導其以固定的倍數關係來思考圓周長及直徑的關係較為困難，只能察覺現象。

(二)教材研究分析

本次教學以六年級「圓周率與圓周長」單元中有關「認識圓周率」此部分進行。在九年一貫 97 年的綱要分年細目中提及「要由圓周長的實測活動，進而由圓周長與直徑成比率(比值)理解圓周率」，12 年課綱未特別針對如何認識圓周率進行說明。學生在五年級已學習過比率的概念代表部分量與整體量的關係，但對於直徑與圓周長的關係更接近於比值的意義，代表兩量的關係。但目前各版本中在本單元前有些已安排「比與比值」的學習，而有些尚未學習「比與比值」之前即

進行圓周率的認識。所以筆者做了以下思考:

1. 學生有過學習過「比與比值」的前置經驗，是否對於「認識圓周率」能更以「當直徑為 1 倍時，圓周長約為 3.14 倍」的概念理解?
2. 學生是否學習過「比與比值」概念，對於教師描述或表徵「圓周率的意義」是否可有所調整，進行兩個概念的連結整合?

此外，在教學設計部分，若以學生的學習角度來思考，若認識圓周率的方式僅是一連串操作的執行步驟，進而發現圓周長與直徑有固定的倍數關係來定義圓周率，是否能更有意義的提問引導學生思考圓周率之需求及意義?筆者認為「圓周率」即代表圓周長與直徑之間固定的倍數關係，重點仍須回到「關係」的探究，提問應以關係為主。

所以筆者嘗試引導學生由周長與邊長關係的舊經驗出發，以關係為主的提問展開本單元學習主題的需求感，透過數學史中圓內接正六邊形與圓的關係進行提問，並讓學生可以親自探究察覺圓周長與直徑長之間關係的思考進程，並能欣賞數學家努力追求圓周率精確的過程。最後，進行生活中各種圓的圓周長與直徑長的實際測量活動，以更精確的計算出圓周長與直徑長之間的倍數關係認識圓周率(若已經學過「比與比值」的學生，筆者會以比的方式表徵圓周長及直徑的關係，並以「當直徑為 1 倍時，圓周長約為 3.14 倍」的概念理解其比值為圓周率的意義)。以上，是本單元重要教學設計的思考點。

三、各節次學習活動設計

節次	學習目標	活動目標	評量方式
一 (本次演示)	1. 認識圓周長及探究圓周長與直徑長之關係。	1-1 能認識圓周長。 1-2 透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。 1-3 能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受圓周率之美。	觀察 上課問答 操作發表 數學日記
二	2. 實測生活中的圓之圓周長及直徑。	2-1 實際測量生活中各種圓的圓周長及直徑，並探討測量策略。 (教師提供測量的圓應包含各類型的圓形，如平面圓形圖卡、由立體的面所描繪出的圓形、無法描繪用圍成的圓形:如建築的圓柱或樹圍、校園中的大圓。其中，需同時有兩組進行同一種圓的測量，才能進行誤差的討論)	觀察 操作發表 學習單
	3. 認識圓周率及其意義。	3-1 能透過實際測量數據找出圓周長及直徑之倍數關係，認識圓周率。 (已學過比與比值的學生，可以用「圓周長:直徑=3.14:1」來表示兩者的關係，進而說明比值為圓周率)	

		3-2 認識生活中圓周率的應用。 (透過觀察生活中常見關於圓形的產品介紹，察覺生活中都是用直徑長描述圓的大小，思考圓周率的需求。)(如附件學習單)	
三	4. 能應用圓周率，解決關於圓周長、直徑及半徑等問題。	4-1 能運用圓周率，由已知圓的直徑（或半徑）求出圓周長。 4-2 能運用圓周率，由已知圓周長求出直徑（或半徑）。	觀察 發表 課堂評量 作業

四、第 1 節課的學習活動

(一)學習的主要概念與活動

活動目標的主要概念	對應的學習活動
1-1 能認識圓周長。	1-1-1 透過三角形、正方形、正六邊形的周長與邊長關係引入圓周的長，認識圓周長。
1-2 透過數學史初步探究圓周長與直徑長之間的關係。	1-2-1 透過數學史引入，察覺圓內接正六邊形的周長與圓周長之間的關係。 1-2-2 探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。 1-2-3 在已知圓周長的情況下，透過實測教師給定的圓形圖卡，確認圓周長大約是直徑的 3 倍多一點點。
1-3 能欣賞數學家求算圓周率的過程，進而感受發現圓周率之美。	1-3-1 能欣賞數學家求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。

(二)素養導向的課程與教學

素養導向教學設計要點		與本節課活動內容的關聯說明
轉	□ T1 情境問題轉化 ■ T2 新舊經驗銜接 ■ T3 數學概念聯結	T2: 從學生對周長與邊長關係的舊經驗中，引入圓周的長，認識圓周長。以及透過圓的構成要素，找出圓周長與其中直徑長(半徑長)的關係。 T3: 以統計表整理各組實測數據，方便同時觀察各組結果以利討論誤差情形。
做	■ D1 概念操作理解 ■ D2 解題策略探究 □ D3 數學語言溝通	D1: 透過把圓和正六邊形疊在一起，察覺圓周長與正六邊形周長的關係。透過摺紙或是畫線探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係。透過實際測量找出圓周長是直徑的幾倍關係。 D2: 思考探究關係的策略或方法。

得	■ G1 思考能力提升 □ G2 解題態度培養 ■ G3 共同學習增能	G1: 透過探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係，聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。以操作經驗反思古書上記載的資訊是否正確。 G3: 透過數學史介紹，欣賞數學家劉徽求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。

(三)學習活動的設計

學習活動	教學流程與主要布題	學生可能反應 教學策略介入與評量	時間	對應素養導向教學設計要點 (轉 T、做 D、得 G)
1-1-1	導入活動-由舊經驗引入找關係的需求 ◆教師提問: **1.** 以前我們學過周長，可以說說什麼是周長嗎?(周界的長度) **2.** 如果我想算三角形的周長，我需要知道什麼?(邊長)正方形的周長呢?長方形的周長呢? ➔教師小結:這些圖形的周長都可以用邊長計算出來。 **3.** 那圓形呢?它的周長在哪裡? •教師說明:圓周的長度就是「圓周長」(板書) **4.** 圓有邊長嗎?那圓周長要怎麼算呢？你們知道古時候的數學家是怎麼算的嗎? **5.** 古代數學家用正六邊形來找出圓周長。我們來一起來想想看，他們是怎麼找的?	老師準備正六邊形及圓形的圖卡 此部分為複習周界與周長的舊經驗 教師拿出圓形圖卡展示 教師拿出正六邊形圖卡展示	3 分	T2 新舊經驗銜接：從學生對周長與邊長關係的舊經驗中，引入圓周的長，認識圓周長。
1-2-1	開展活動一-透過正六邊形初步探究圓周長與直徑長之間的關係 ◆教師提問: 1. 正六邊形的邊有什麼特性?(有六個邊，每個邊都一樣長) 2. 請你觀察一下，正六邊形的周長和圓周長有什麼關係? 你是怎麼判斷的? 老師追問:是長很多?還是一點點?	教師發下正六邊形及圓形的圖卡(兩人一份) 教師複習正六邊形邊長特性 學生可能回答: 把圓和正六邊形疊在一起，發現圓周長比正六邊形的周長還	3 分	D1 概念操作理解:透過把圓和正六邊形疊在一起，察覺周長關

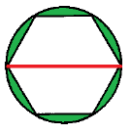
		長，因為彎曲的線比直線還要長一點點		係。
	→教師小結:所以圓周長比正六邊形的周長多一點。(板書)			
1-2-2	3. 數學家還發現正六邊形的「邊長」和圓內的一種長度有關。 (張貼正六邊形並標色一邊長，板書:正六邊形的邊長) 想想看，我們以前學過的圓包含哪些和哪種長度有關? (板書: 直徑長、半徑長)	學生可能回答: 半徑、直徑		T2 新舊經驗銜接：透過圓的構成要素，找出圓周長與其中直徑長(半徑長)的關係。
	4. 正六邊形的邊長和圓內的直徑長或半徑長有什麼關係呢? (學生兩人一組，進行操作探究活動)	教師此時可視情況提示學生可將正六邊形摺一摺或畫畫看，看看有什麼與圓內長度有關的發現	15 分	D1 概念操作理解:透過摺紙或是畫線探究圓內接正六邊形的周長和圓內直徑之間的關係
	5. 小組發表操作探究的結果。	學生可能發表: 1. 用尺量出正六邊形的邊長和半徑一樣長。 2. 正六邊形對摺後，摺線和圓的直徑一樣長。 3. 正六邊形可以摺出六個正三角形，邊長和半徑一樣長。		D2 解題策略探究:思考探究關係的策略或方法。 G1 思考能力提升:聆聽各種策略及方法提升數學思考的能力。
	→教師小結:從剛剛的探究活動中，我們發現了圓的直徑和正六邊形的兩個邊長一樣長(動態操作:重疊圓和正六邊形，複製兩邊長後移動至直徑處貼住)，所以正六邊形的周長是直徑長的 3 倍(板書)，所以可以確定「圓周長比直徑長的 3 倍多一點」。			
1-3-1	開展活動二-引入數學史反思圓周長與直徑長的關係，進而欣賞數學家求算的過程 1. 教師介紹中國數學家在《周髀算經》中「圓徑一而周三」及《九章算術》中之記載「今有圓田，周三十步，徑十步。問為田幾何？」 2. 這兩本古書中都是以圓周長是直徑	學生可能回答:	12 分	G1 思考能力提升:以操作經驗反思古書上記載的資訊是否正確。

	的 3 倍來描述，你同意嗎?	應該是 3 倍多一點點，不會剛好 3 倍		G3 共同學習增能: 透過數學史介紹，欣賞數學家劉徽求算圓周長與直徑長關係的過程，進而感受數學家追求完美的堅持力。
	3. 教師介紹劉徽利用圓內接正六邊形反駁《周髀算經》及《九章算術》中所寫的圓周長是直徑的 3 倍是錯誤的。並利用「割圓術」逼近精準的數據。 ➔教師小結:引導學生欣賞數學家追求完美且堅持不懈的精神，並感受數學之美。	此時教師用 PPT 動態展示圓內接正多邊形，讓學生察覺正多邊形的周長逐漸逼近圓周長的過程		
1-2-3	開展活動三-實測教師給定圓周長的圓形圖卡，計算圓周長與直徑的倍數關係 ◆教師提問: 1. 從剛剛的活動中我們知道圓周長比直徑的 3 倍多一點，那我們來實際算算看到底是多多少呢? 2. 老師發下每組一張圓形圖卡，這個圓形的圓周長是 47 公分，你們量量看，它的直徑是幾公分?(測量約為 15 公分) 3. 用電腦算算看，圓周長是直徑的幾倍? ➔教師小結:經由測量後實際計算結果，發現圓周長的確是直徑的 3 倍多一點點，大約是 3.1 多，我們下一節課繼續來研究生活中看到的各種圓，它們的圓周長是不是也都是直徑的 3.1 多倍呢?	學生剛剛操作的圓形圖卡(兩人一張) 此活動僅讓學生自行找出直徑並測量，各組雖然是同樣大小的圓，但是測量直徑仍有可能會造成誤差，教師應依情況討論 教師將各組量出的直徑長輸入 Excel 表格中，用程式計算結果	5 分	D1 概念操作理解: 透過實際測量找出圓周長是直徑的幾倍關係。 T3 數學概念聯結: 以統計表整理各組實測數據，方便同時觀察各組結果以利討論誤差情形。
總結	教師總結： 1. 圓的周長稱為「圓周長」。 2. 圓的周長沒有邊，可以利用正六邊形兩個邊長和直徑一樣長，來推算出「圓周長比直徑的 3 倍還要多一點點」。 3. 古代數學家劉徽並利用割圓術將正	此部分教師可利用板書的上課例進行總結	2 分	總結統整本節課學習重點

	多邊形的周長逐漸逼近圓周長。 4. 透過實測數據發現圓周長是直徑的 3.1 多倍。			

（板書）

圓周長 比 正六邊形的周長 多一點

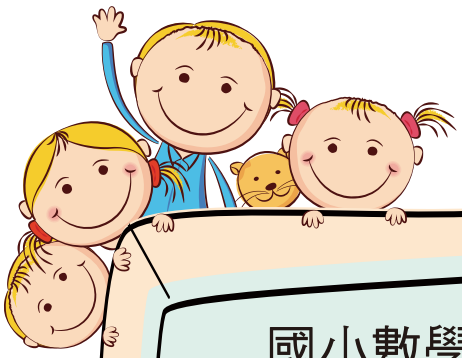


直徑長的 3 倍

半徑長

?

正六邊形的邊長





國小數學素養導向教學活動設計

出版單位: 新北市國民教育輔導團-國小數學領域輔導小組

指導單位: 新北市政府教育局國民教育輔導團

主　　編: 許德田

執行編輯: 吳國銘、謝秋如、方慶林、林心怡

作　　者: 林心怡、詹婉華、胡錦芳、江珮瑤、鄭惠娟、馬恬舒、吳偉全、溫世展 (依作品順序)

封面設計: 采恒企業有限公司

電　　話: (02) 8667-3566

編印單位: 新北市新店區中正國民小學

地　　址: 231新北市新店區三民路36號

電　　話: (02) 2912-5432

出版日期: 中華民國108年2月